

# Квантовая природа вычислений

Д.ф.-м.н., профессор

Ю.И.Ожигов

<http://sqi.cs.msu.su>

# Вычисление как управление реальностью

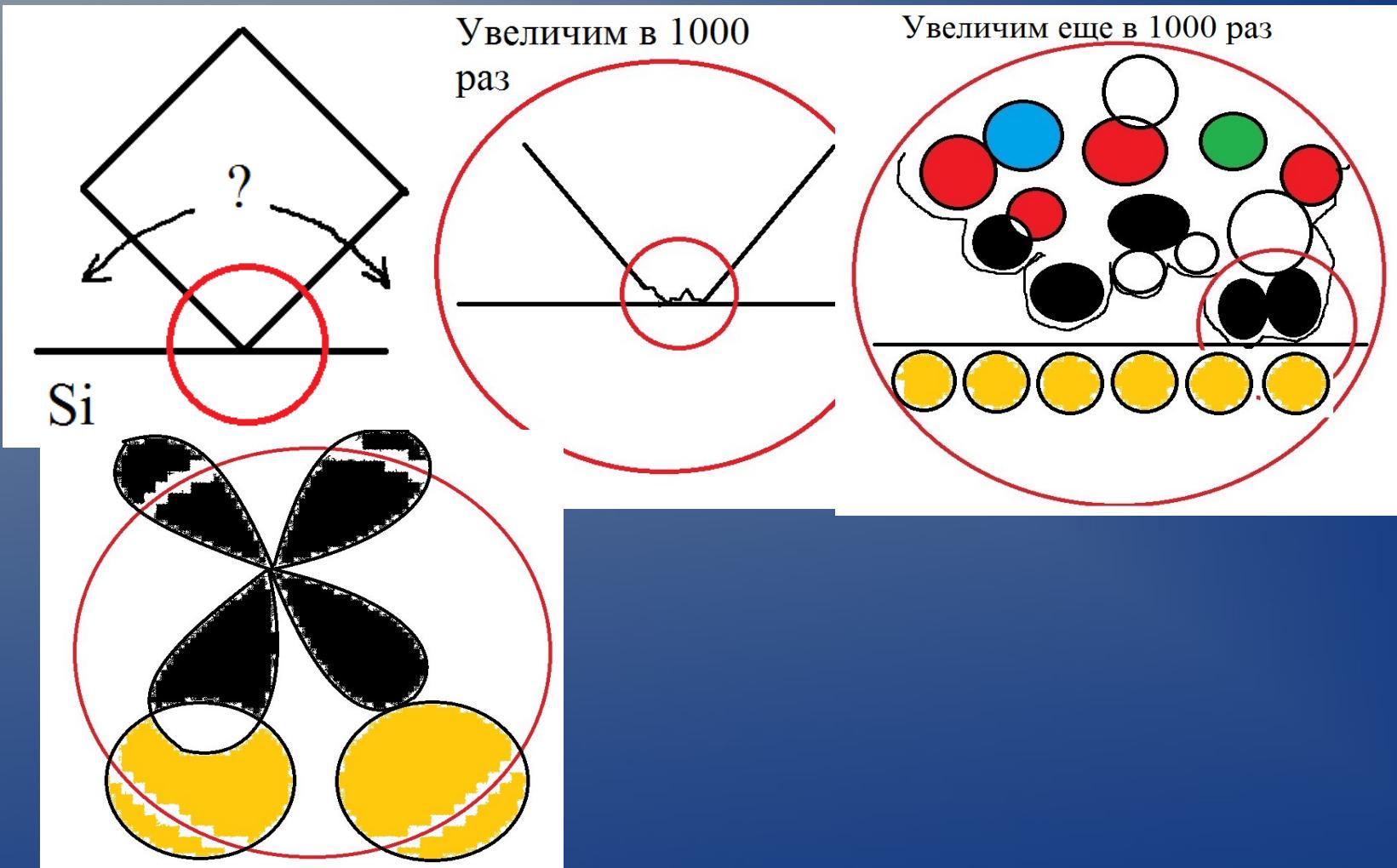
- Суперкомпьютер Ломоносов – 2:  $10^{10}$  единиц.
- Реальность (число Авогадро):  $10^{23}$  моль $^{-1}$ .
- Уравнение Навье-Стокса

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -(\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} + \nu \Delta \vec{v} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \vec{f},$$

не работает в самых интересных случаях – для малых объемов и в случае турбулентности

- Для малых действий, сравнимых с постоянной Планка  $\hbar \approx 10^{-27}$  эрг сек **классические законы не работают.**

# Микроскопическая природа случайности



# Классическая схема моделирования реальности

*Моделирующая программа  
на суперкомпьютере*

*Реальная система*

# Квантовое управление реальностью

*Квантовая операционная система  
на суперкомпьютере*

*Физическая часть квантового компьютера  
— прообраз реальной системы  
на квантовых точках, оптических полостях,  
волноводах*

*Реальная система*

# Универсализм знаний

Логика

Философия

Психология

Математика

Физика

Химия

Биология

География

История

Литература

Музыка

Астрономия

Физкультура

Технология

Иностранный язык

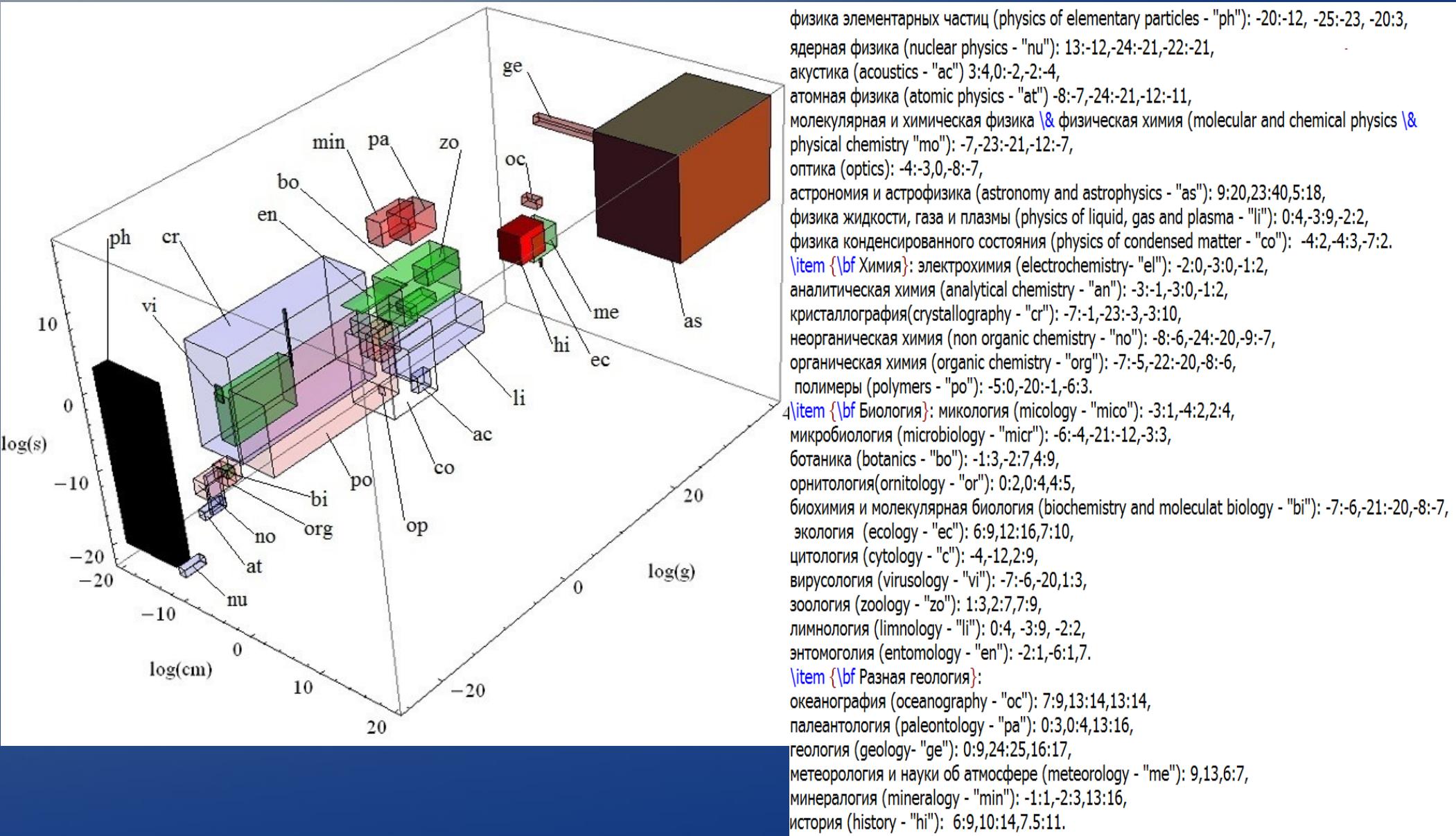
Информатика

Математика

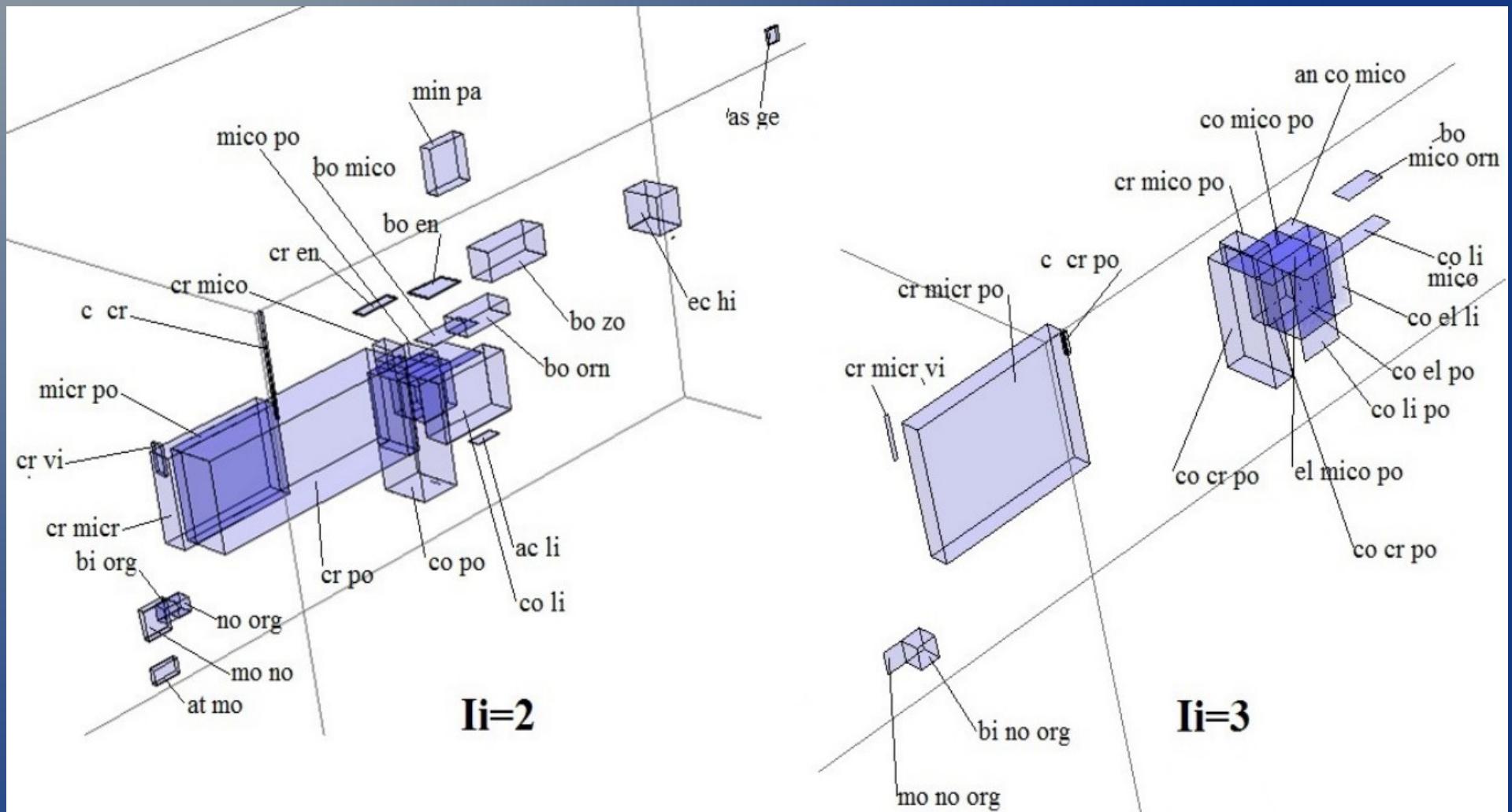
Физика

Химия

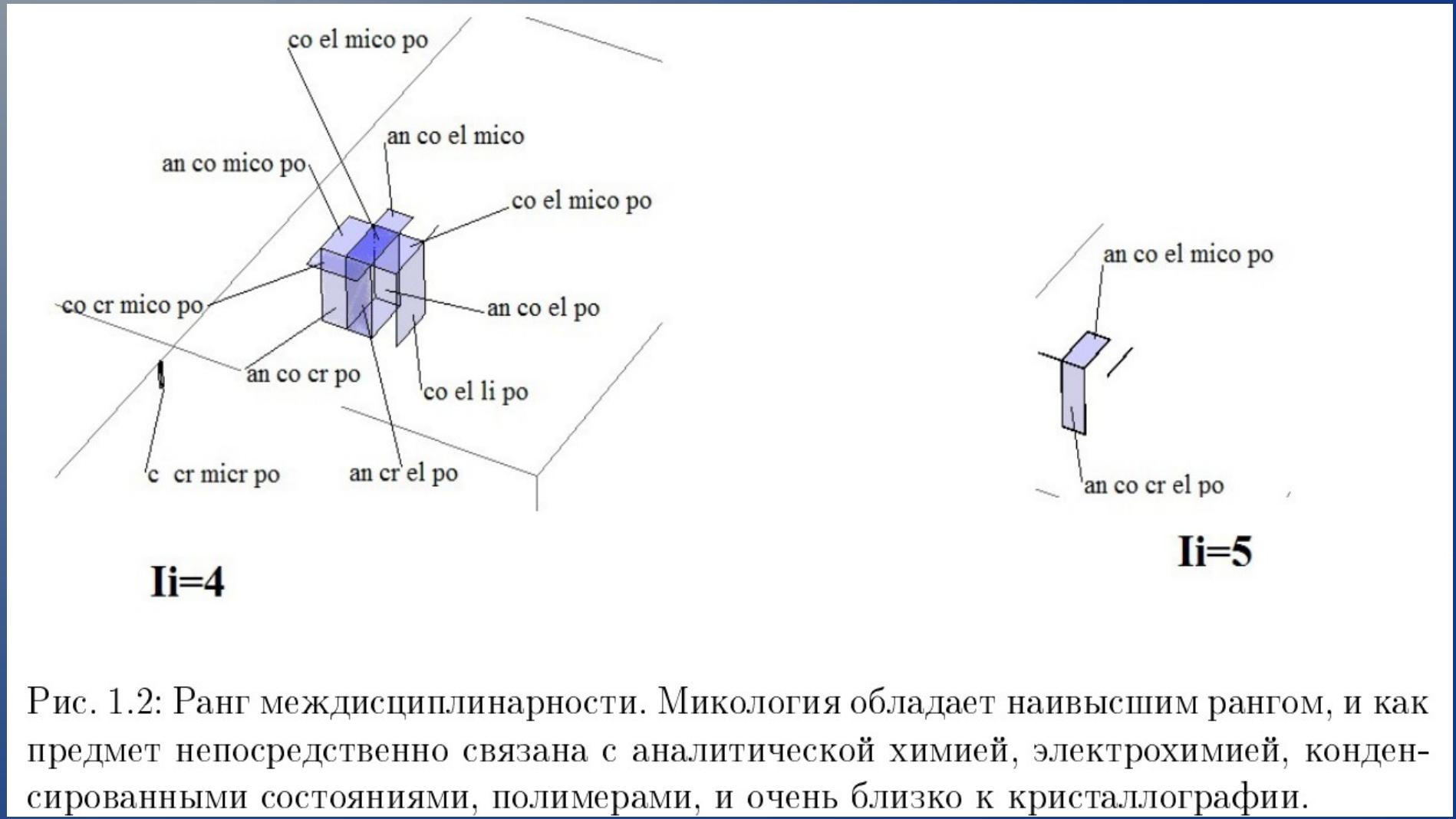
# Метрическое представление современных знаний



# Индекс междисциплинарности 2 и 3



# Индекс междисциплинарности 4 и 5



# Немного истории

**Математика – язык, на котором Природа  
говорит с нами (*Р.Фейнман*)**



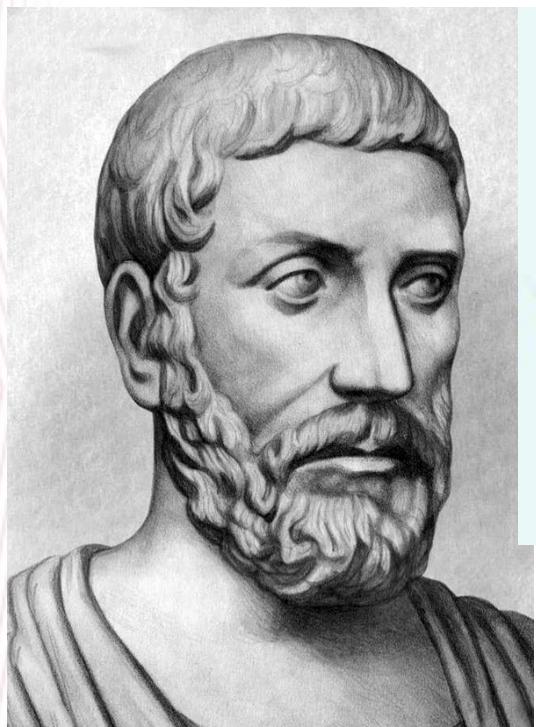
A black and white portrait of David Hilbert, a prominent German mathematician. He is shown from the chest up, wearing a dark suit jacket over a white shirt and a dark tie. He has a full, dark beard and mustache, and his hair is receding. His gaze is directed slightly to the left of the camera.

Physics is much too hard for  
physicists.

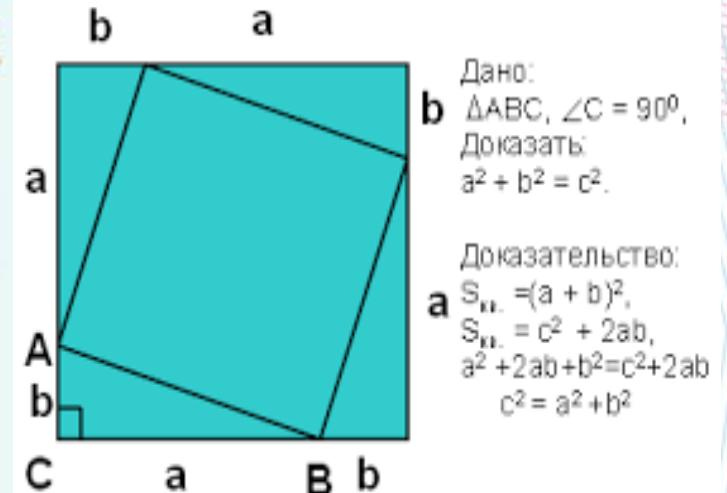
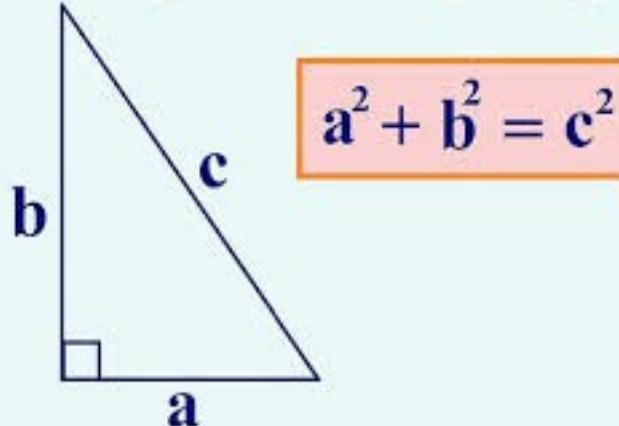
— *David Hilbert* —

AZ QUOTES

# Пифагор



## Теорема Пифагора

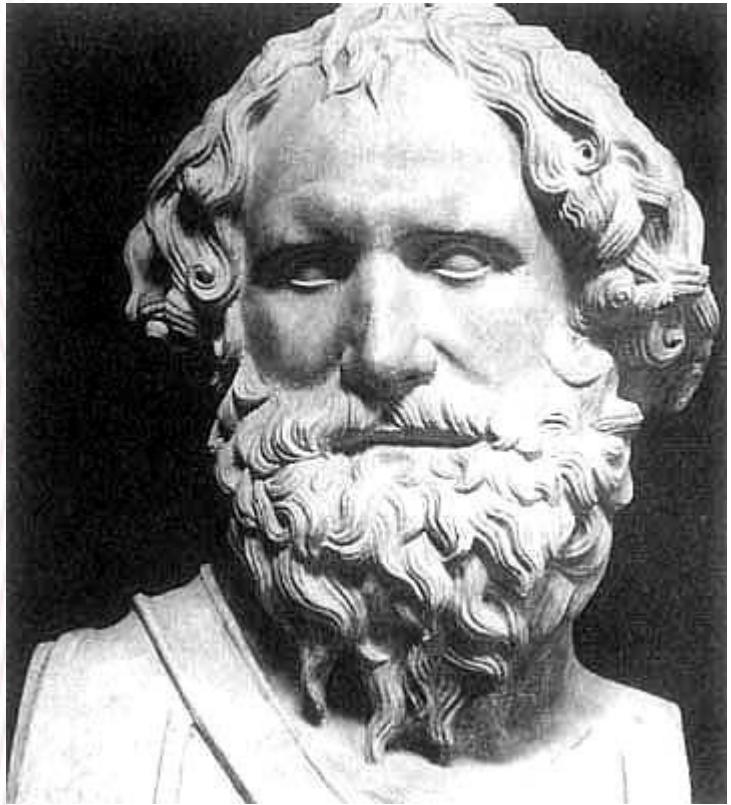


# Евклид



Математика — это не гора формул, а  
точность формулировок

# Физика – наиболее продвинутая часть естествознания



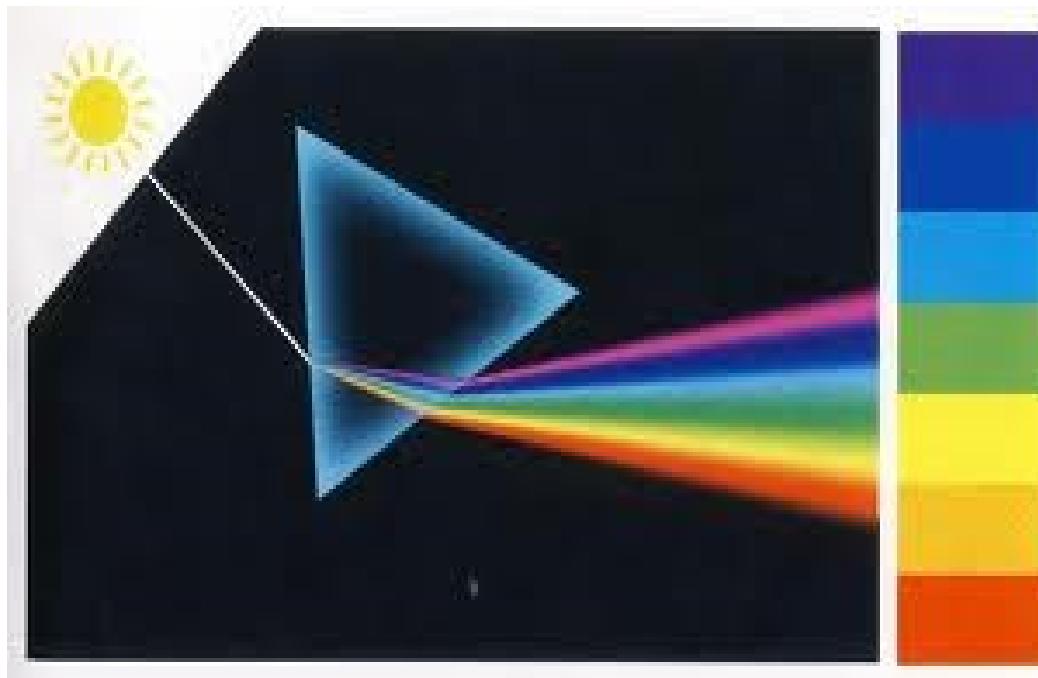
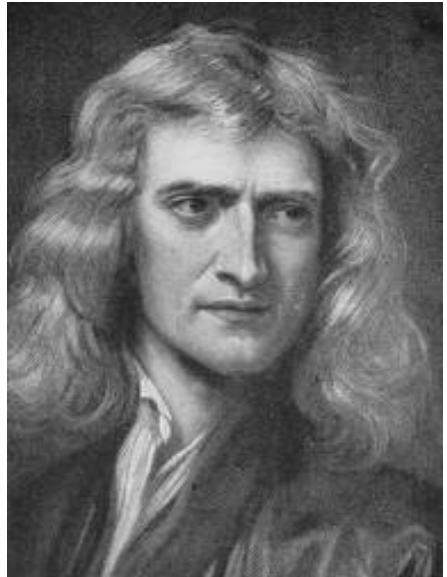
Архимед:  
Бесконечно малые  
величины, складываясь в  
бесконечно больших  
количествах, могут дать  
любое число.

$$S_{\text{sphere}} = 4\pi R^2, \quad V_{\text{ball}} = \frac{4}{3}\pi R^3$$

# Фотоны как корпускулы

- $df/dt = f'$ ,  $F=am$
- The light consists of point wise particles

*(I. Newton)*



# Принцип Монпертьюи

Вариация действия вдоль классической траектории должна быть нулевой:

$$\delta S[\gamma_{\text{class}}] / \delta \gamma_{\text{class}} = 0$$

$$S[\gamma] = \int (E_{\text{kin}} - E_{\text{pot}}) dt$$

$$\gamma: x=x(t)$$

$$t_0 < t < t_1$$



# Квантование – разбиение любой величины на части ненулевого размера - кванты

- Атомизм – квантование материи. Температура есть количественная характеристика движений атомов вещества.

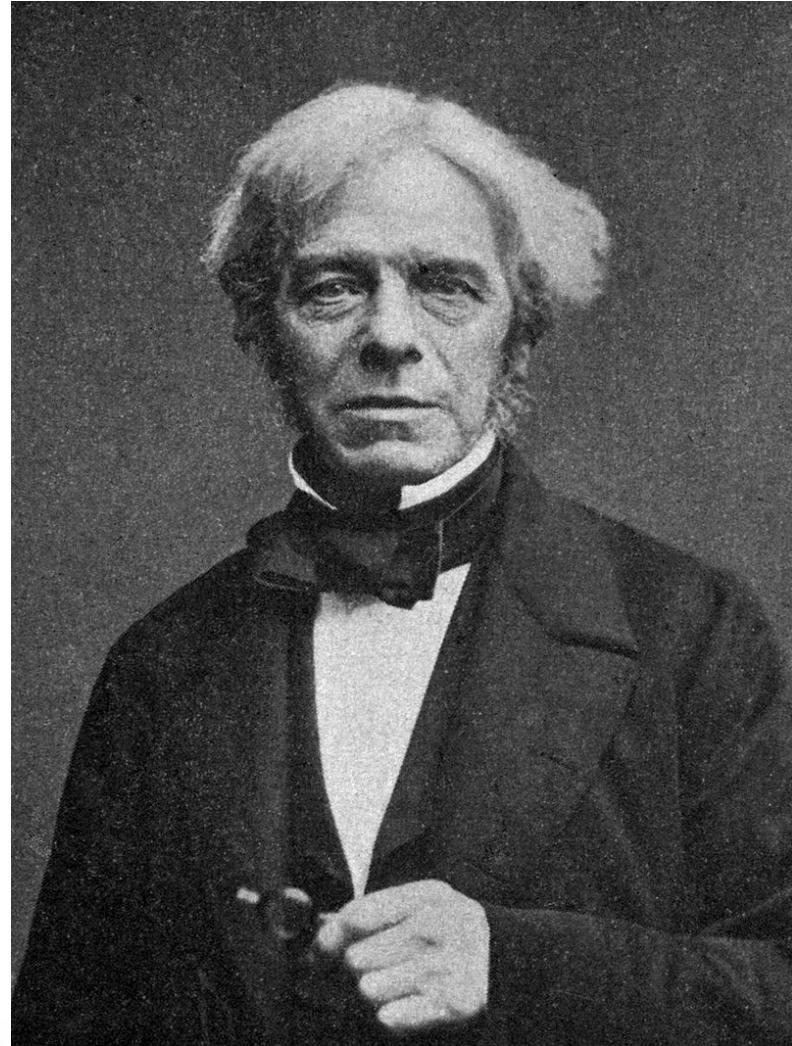
Полная энергия есть сумма динамической энергии цельного куска вещества и тепловой энергии всех его атомов.

Полная энергия не меняется во времени.

(М.В.Ломоносов)



# Открытие Фарадея: электричество, магнетизм, свет — разные грани одного и того же



# Математическая форма электромагнетизма — уравнения Максвелла

$$\operatorname{div} E = \rho$$

$$\nabla \times E = -\partial B / \partial t$$

$$\operatorname{div} B = 0$$

$$\nabla \times B = (j + \partial E / \partial t) / c^2$$

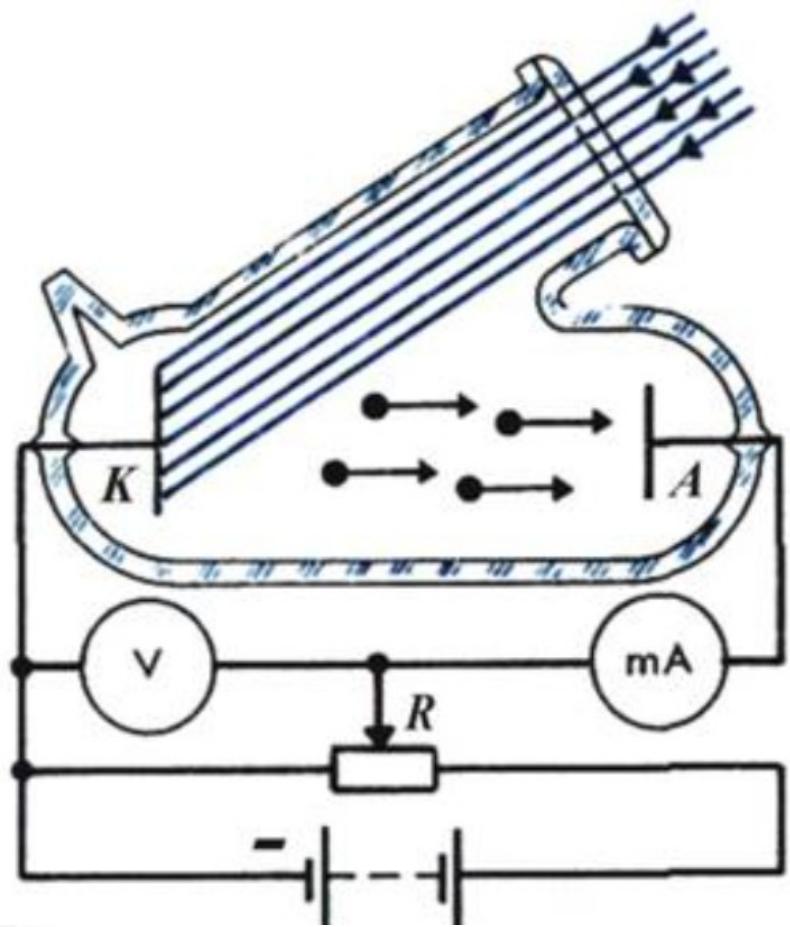


$\varepsilon \partial e$

$$\nabla = (\partial E / \partial x, \partial E / \partial y, \partial E / \partial z)$$

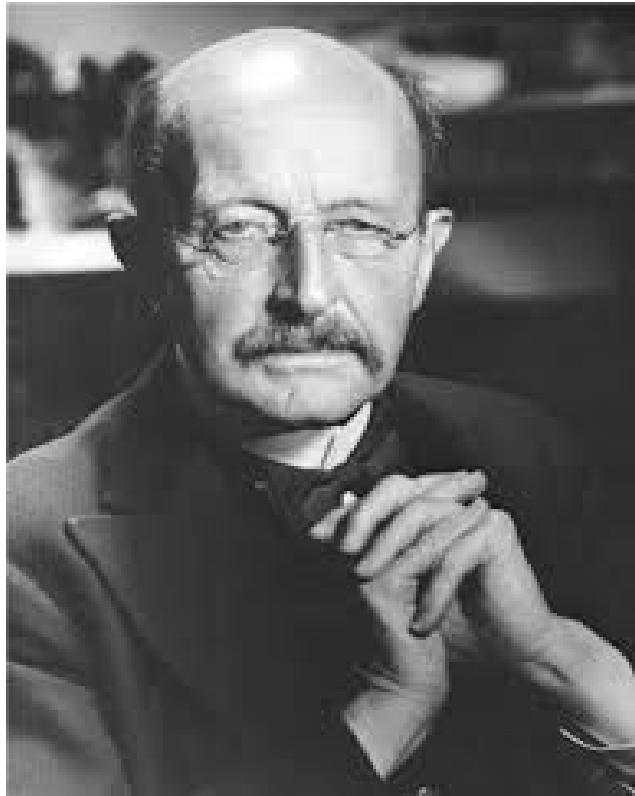
$$\operatorname{div} = \partial E / \partial x + \partial E / \partial y + \partial E / \partial z$$

# Фотоэфект Александра Столетова



# Макс Планк: свет состоит из фотонов

*Энергия одного фотона  
частоты  $\omega$  равна  $\hbar\omega$   
где  $\hbar \approx 10^{-27}$  эрг сек*



# Фотон, поглощаемый атомом, выбивает из атома электрон

Альберт Эйнштейн:  
Фотоэффект Столетова  
Есть следствие  
Квантования света:



Поглощение атомом фотона приводит к переходу  
электрона на возбужденный уровень, при достаточной  
энергии электрон вылетает за пределы атома

# Нильс Бор: электрон в атоме водорода имеет стационарные состояния, в которых он НЕ ПАДАЕТ НА ЯДРО

Энергии этих состояний расположены по формуле

Бальмера:

$$E_n \sim 1 - 1/n^2$$

-это установлено экспериментально



# Предсказания квантовой теории — только вероятностные

Макс Борн:

Квадрат модуля

$\Psi$  — функции

есть вероятность

соответствующего

события



# А.А.Марков - младший

Нормальный алгоритм Маркова

Эквивалентность всех моделей

Вычислений

Конструктивная математика



# Квантовая механика – наиболее математизированная часть естествознания

- Что входит в ее пределы:

микроэлектроника, химия, оптика,  
материаловедение,

потенциально: биология, экономика, политика

- Что пока лежит за ее пределами:

гравитация, ядерная физика

# Микромир как океан

- Над ним можно летать – это покажет его границы
- По нему можно плавать – это дает микроэлектронику: лазеры, транзисторы, компьютеры и всю ИТ область
- В него можно нырять – это поможет понять его глубину
- Квантовая информатика – это путь в глубину микромира

# Что такое сложные системы

- Если поведение системы  $n$  частиц можно так или иначе свести к поведению одной, отдельно взятой частицы, это – простая система. Пример: теория твердого тела, теория сплошных сред, теория конденсированного состояния.
- Сложная система – не проста. В описании сложных систем главная роль принадлежит понятию информации, то есть связи с человеком.
- Функции сложной системы всегда связаны со случайностью.

# Случайность – квантовое явление

- Квантовая механика описывает простые системы, предсказывая распределение вероятностей
- Понятие вероятности неприменимо к сложным системам, что делать с ними?
- Для сложных систем возможны точные предсказания?

# Что там, в глубине?

- Квантовая криптография – абсолютно секретные коммуникации – нужен 1 кубит. Сделано.
- Квантовая нелокальность, мгновенное дальнодействие, телепортация – проявляется при 2 кубитах. Сделано.
- Быстрые квантовые алгоритмы – нужно около 100 кубитов. Через 5 лет планируется достичь рубежа в 50 кубитов.
- Реалистическая модель жизни – нужно несколько миллионов кубитов, то есть полное масштабирование квантового компьютера. Идут исследования.

# Проект Квантового Компьютера

- Современные знания физики о сложных системах ограничиваются проектом Квантового Компьютера – универсального прибора, способного моделировать поведение реальной системы на предсказательном - квантовом уровне.
- Этот проект требует уточнения основных тезисов квантовой теории в той области, в которой она не может быть проверена в эксперименте: для сложных систем.
- Уточнение тезисов не есть их пересмотр: там, где они работают, они проверены великолепно!

# Взаимодействие света и вещества

*Я бьюсь об заклад, что принцип суперпозиции будет стоять в веках!*

*Ричард Фейнман*



# Квантовая механика для пешеходов

- Великий Закон Природы

- Введение. Новый тип знания: алгоритмы

- Квантовая теория как собрание простых рецептов

- Свет, фотоны и интерференция

- Взаимодействие вещества и света

- Великий Закон Природы для сложных систем

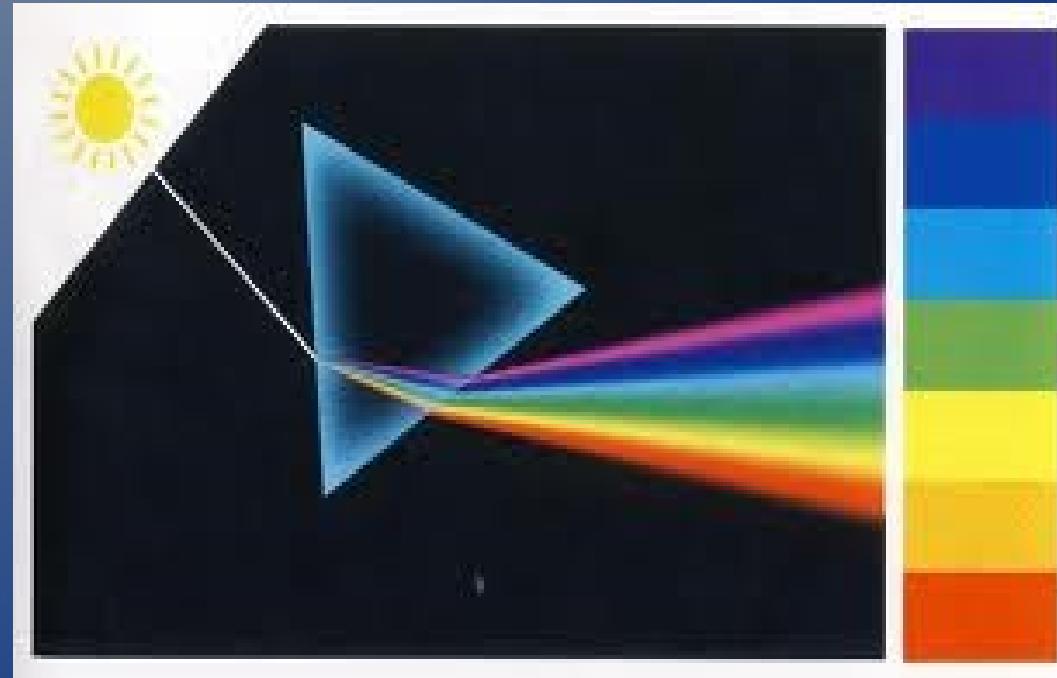
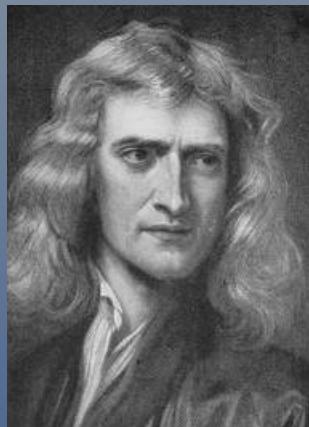
- Матричная формулировка квантовой теории. Что делают физики

- Что дает нам Великий Закон Природы

- Квантовый компьютер. Квантовая природа биологии

# Фотоны как корпускулы

- The light consists of point wise particles

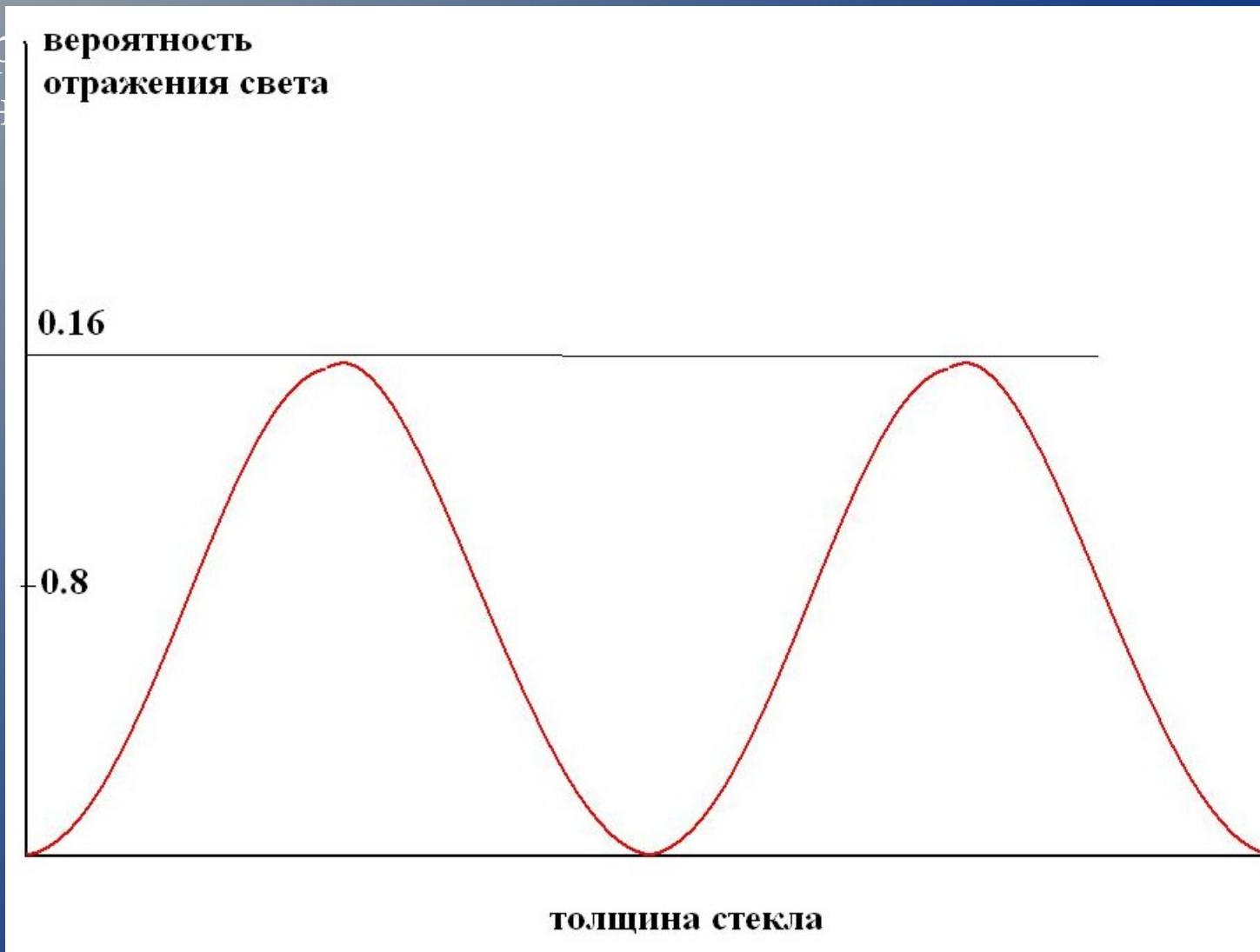


# Стекло отражает часть света

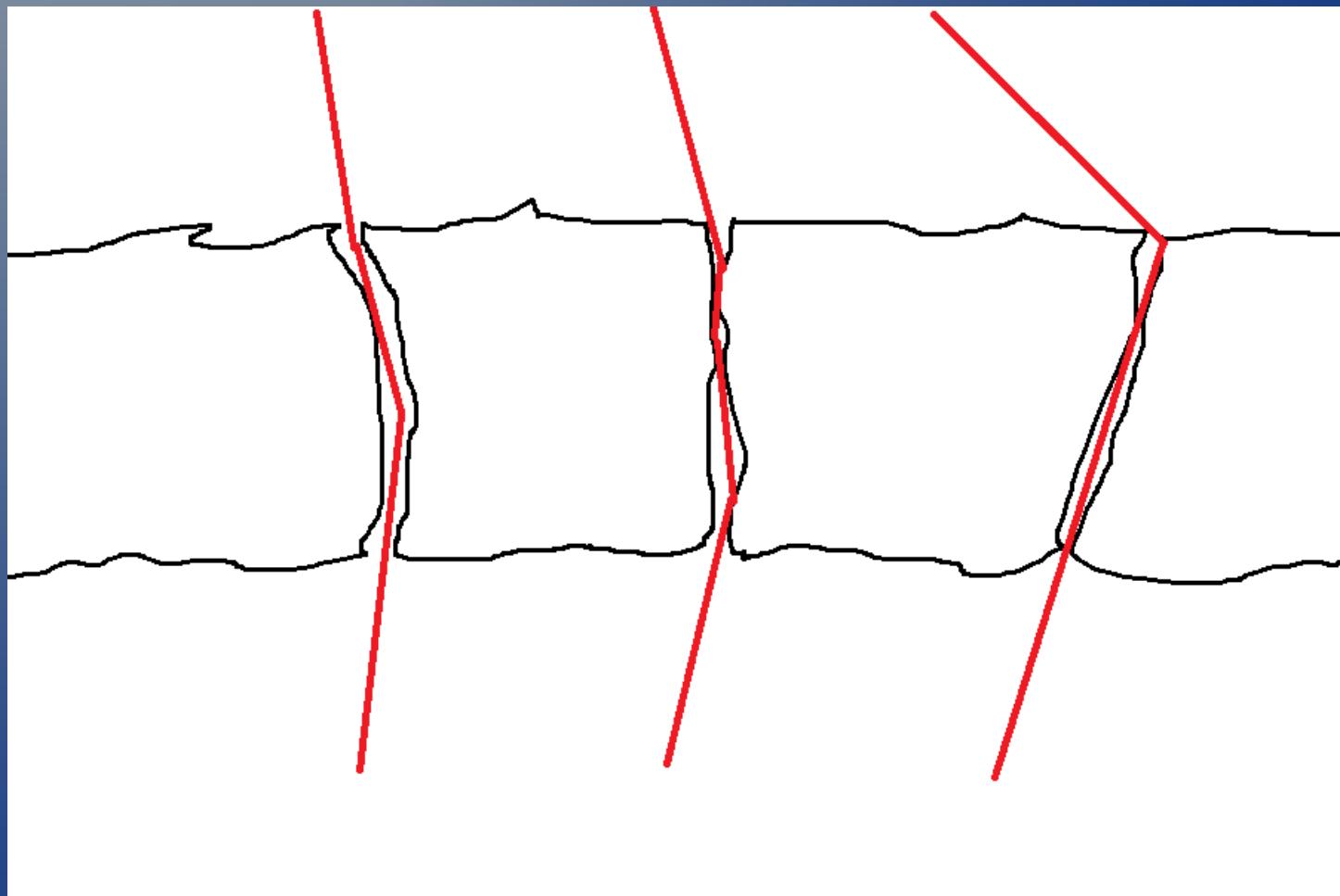


# Прохождение света через вещество

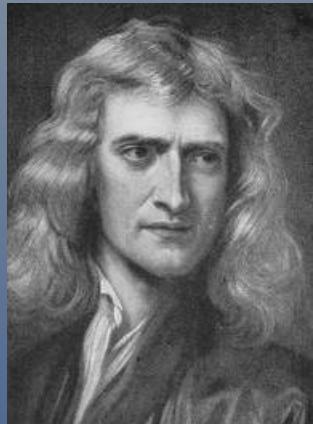
- Параллельные лучи света, проходящие через вещество, меняют свое направление!



А может, в стекле есть маленькие  
отверстия?



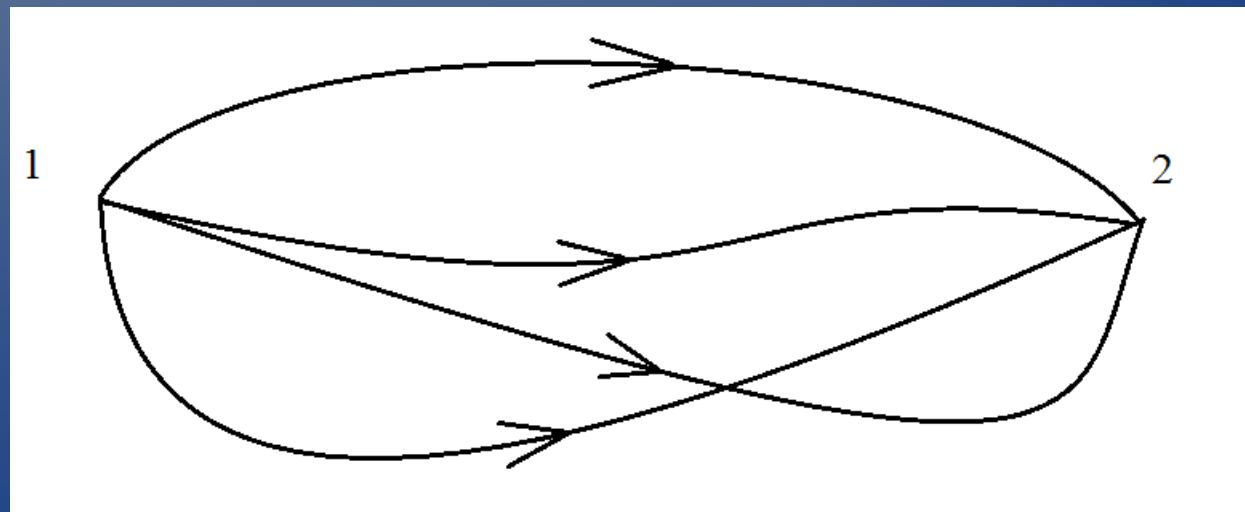
Нет, отверстия ничего не объясняют!



Because I can polish the glass

# Один фотон: волна или частица?

- Фотон перемещается по многим траекториям одновременно!
- Один фотон = рой воображаемых точечных частиц. Каждая из них имеет свою собственную траекторию.



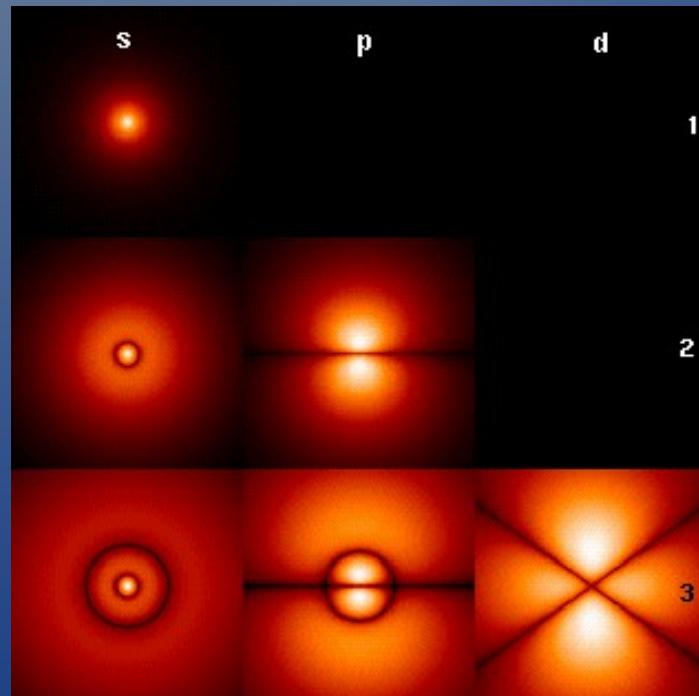
# Любая частица = рой своих экземпляров

- Но это проявляется только если величина ее действия очень мала (мала энергия или короток промежуток времени)
- Действие должно быть сравнимо с постоянной Планка (примерно  $10^{-27}$  эрг сек)

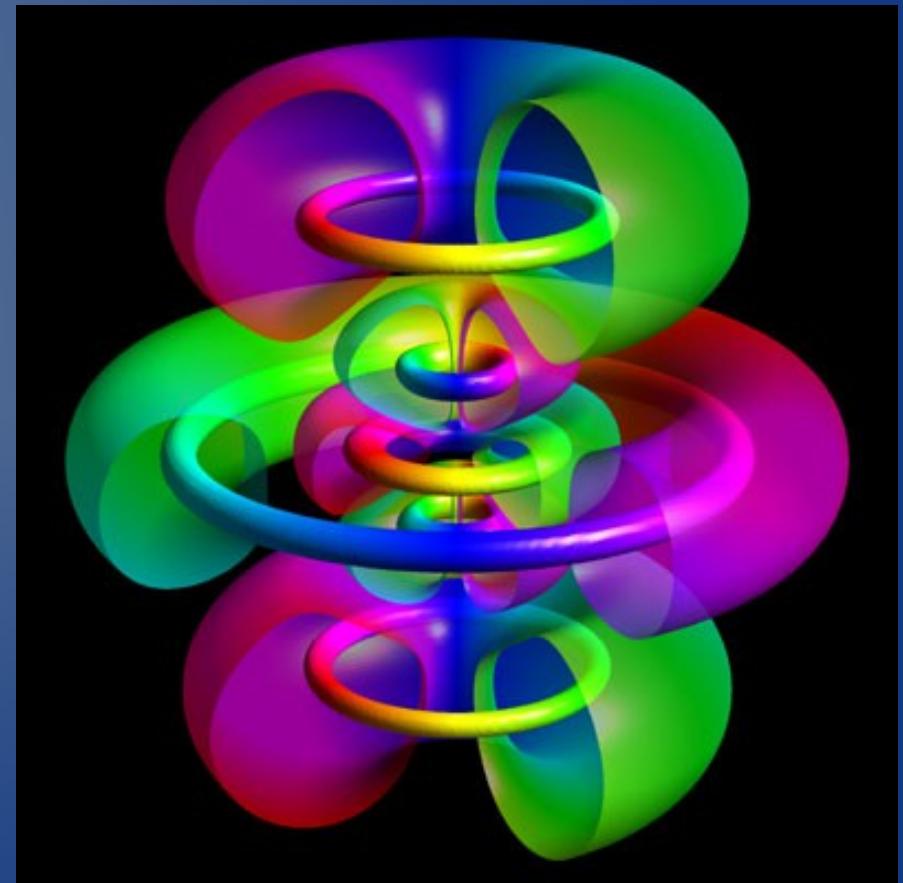
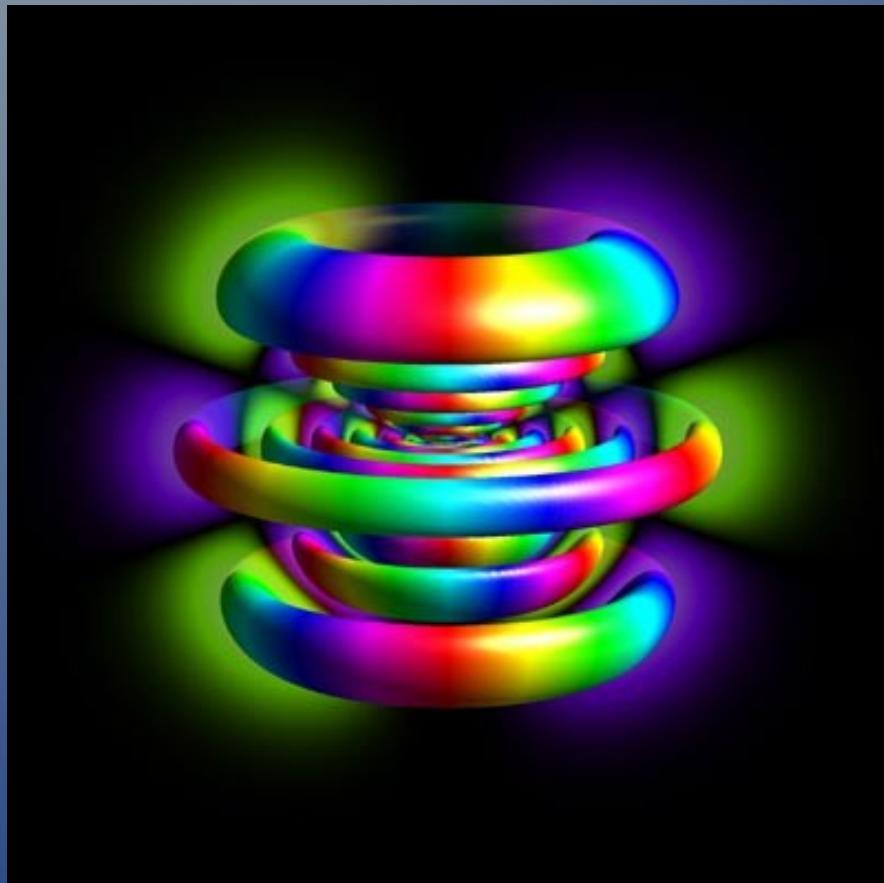
# Стационарные состояния электрона в атоме водорода $V(r)=1/r$

$\Psi_n$  -стационарное состояние с энергией  $E_n$

$$E_n \Psi_n = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi_n + V(r) \Psi_n$$

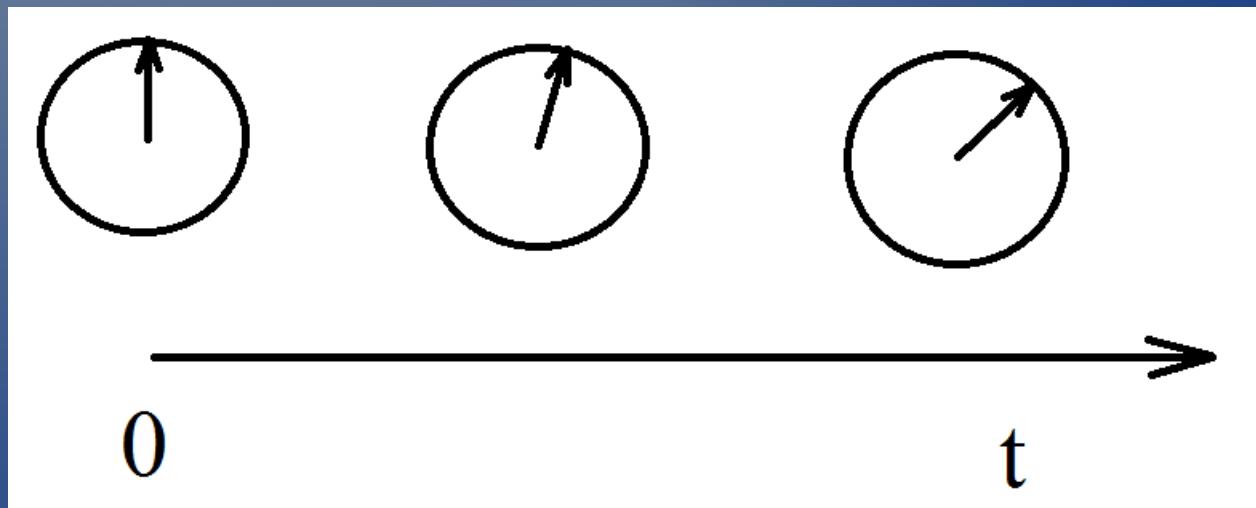


# Стационарные состояния электрона в атоме водорода



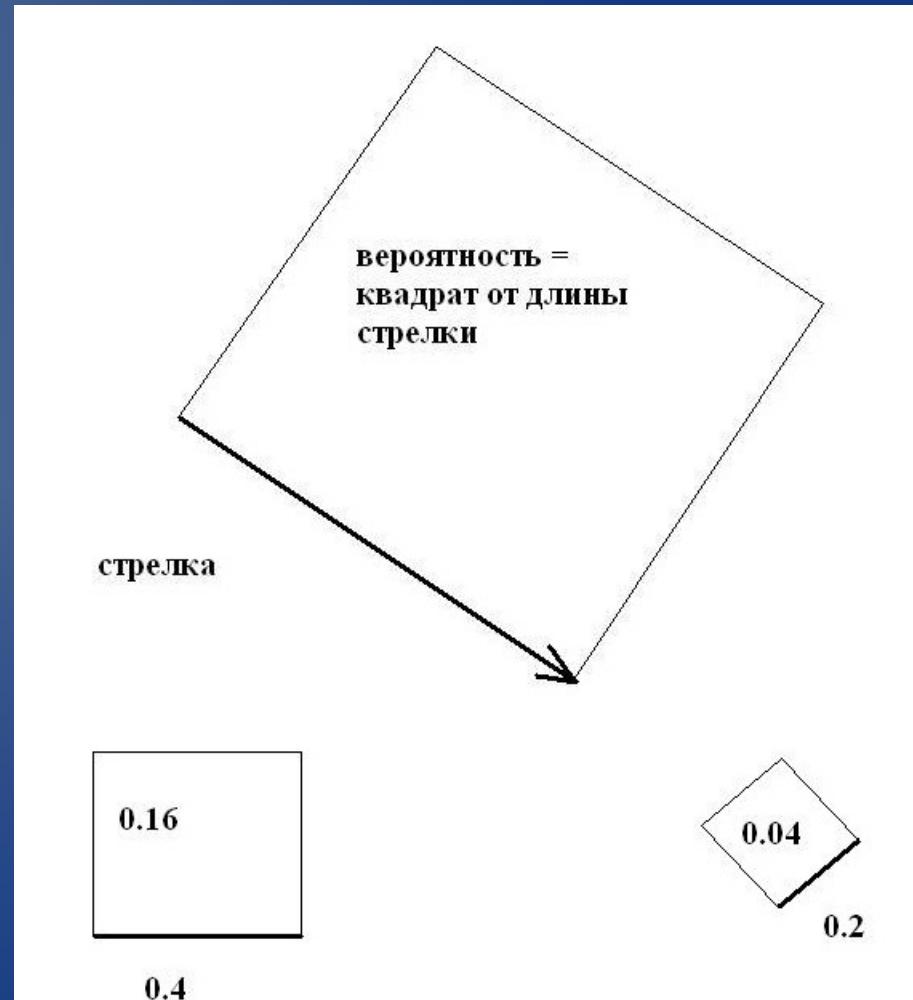
# У каждого экземпляра фотона есть свои часы со стрелкой

- Стрелка поворачивается на определенный угол  $d\phi$  после прохождения определенного пути  $ds$

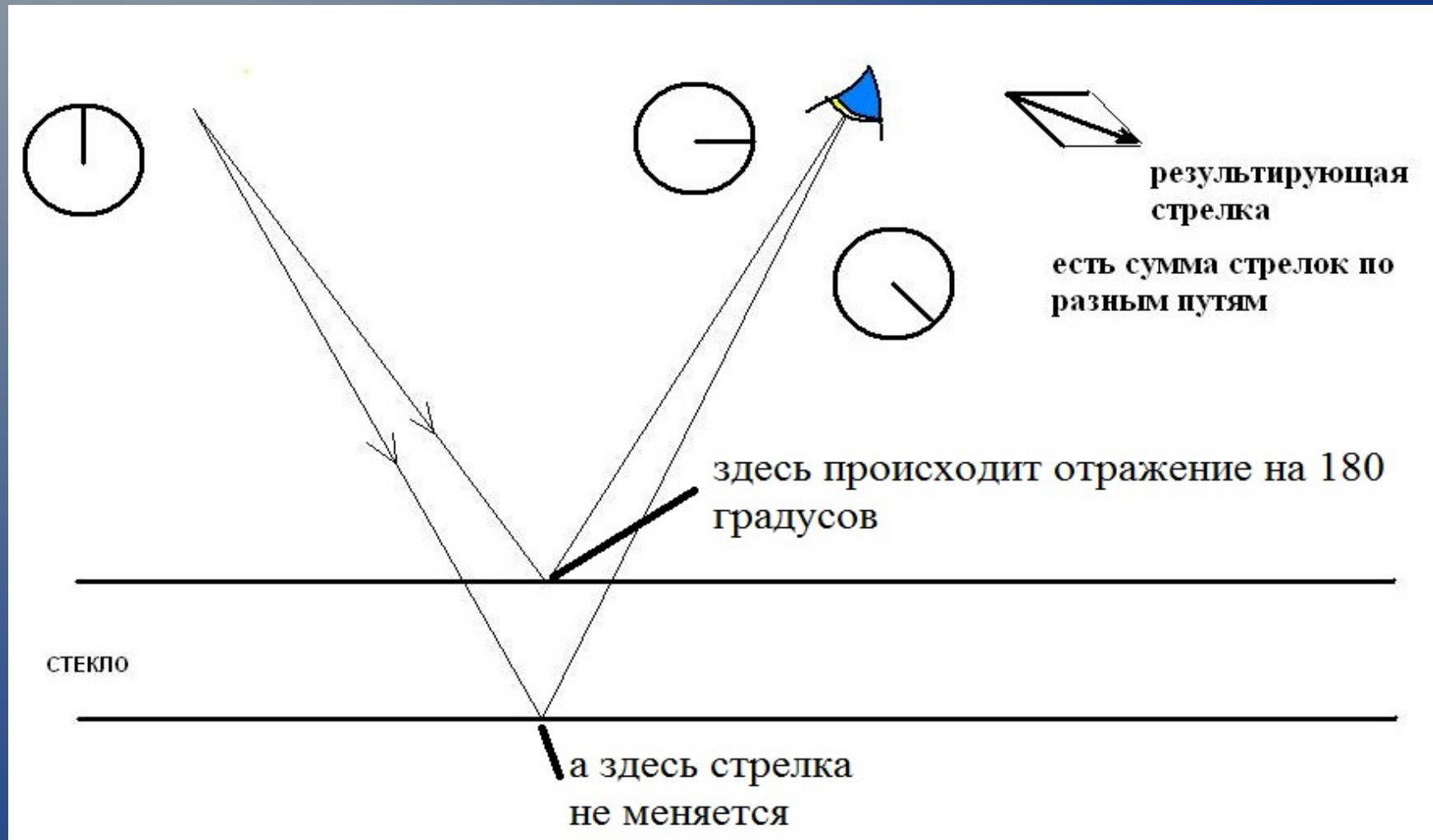


# Мы можем вычислить только вероятности событий, но не предсказать конкретное!

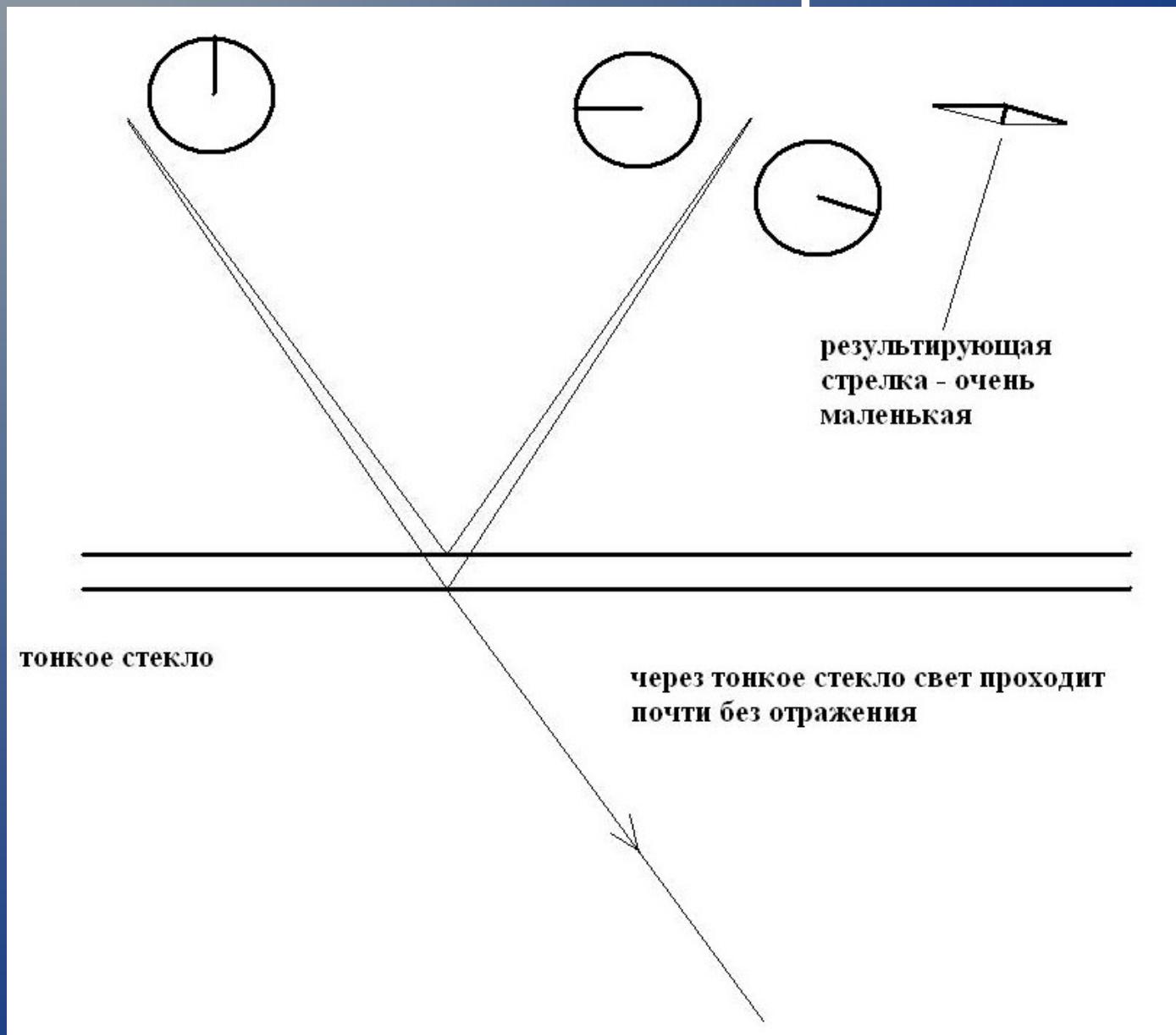
- Путем соответствуют стрелки
- Квадрат длины стрелки = вероятность присутствия фотона
- Когда и как в точности происходит переход от стрелок к вероятностям, мы НЕ ЗНАЕМ
- Стрелки точно складываются, когда мы видим фотон



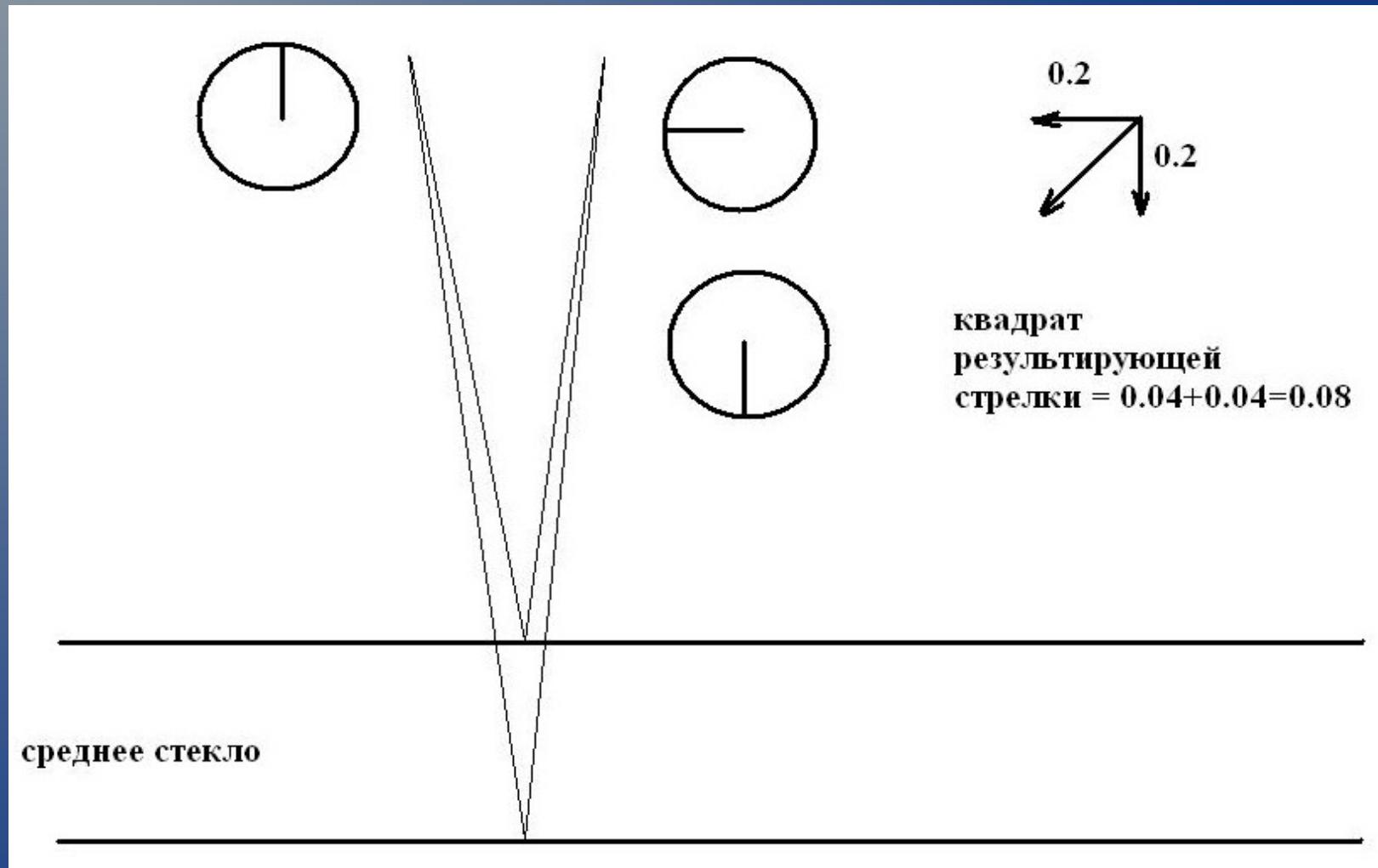
# Прохождение света через стекло



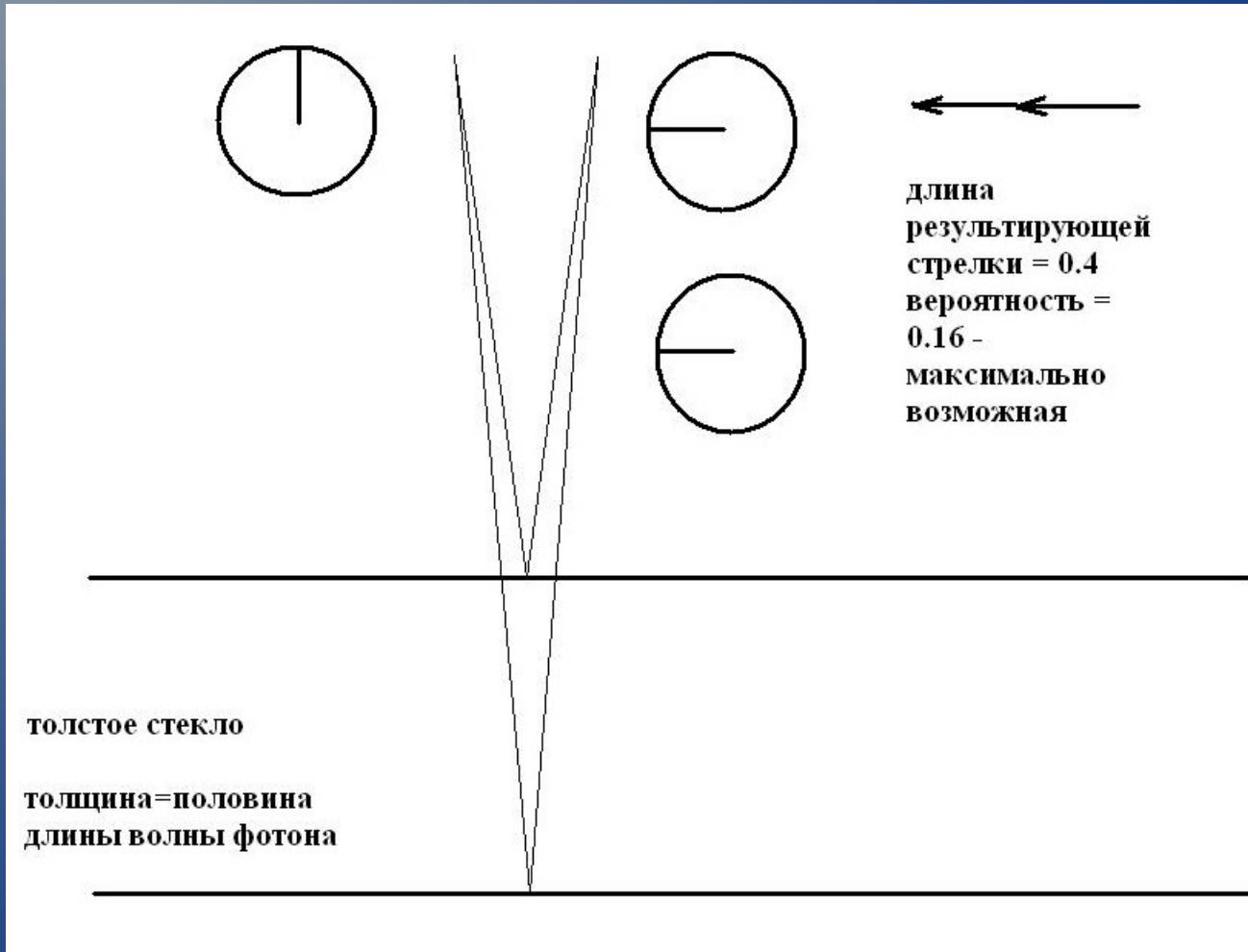
# Через тонкое стекло свет проходит почти без отражения



# Стекло потолще – отражение растет!



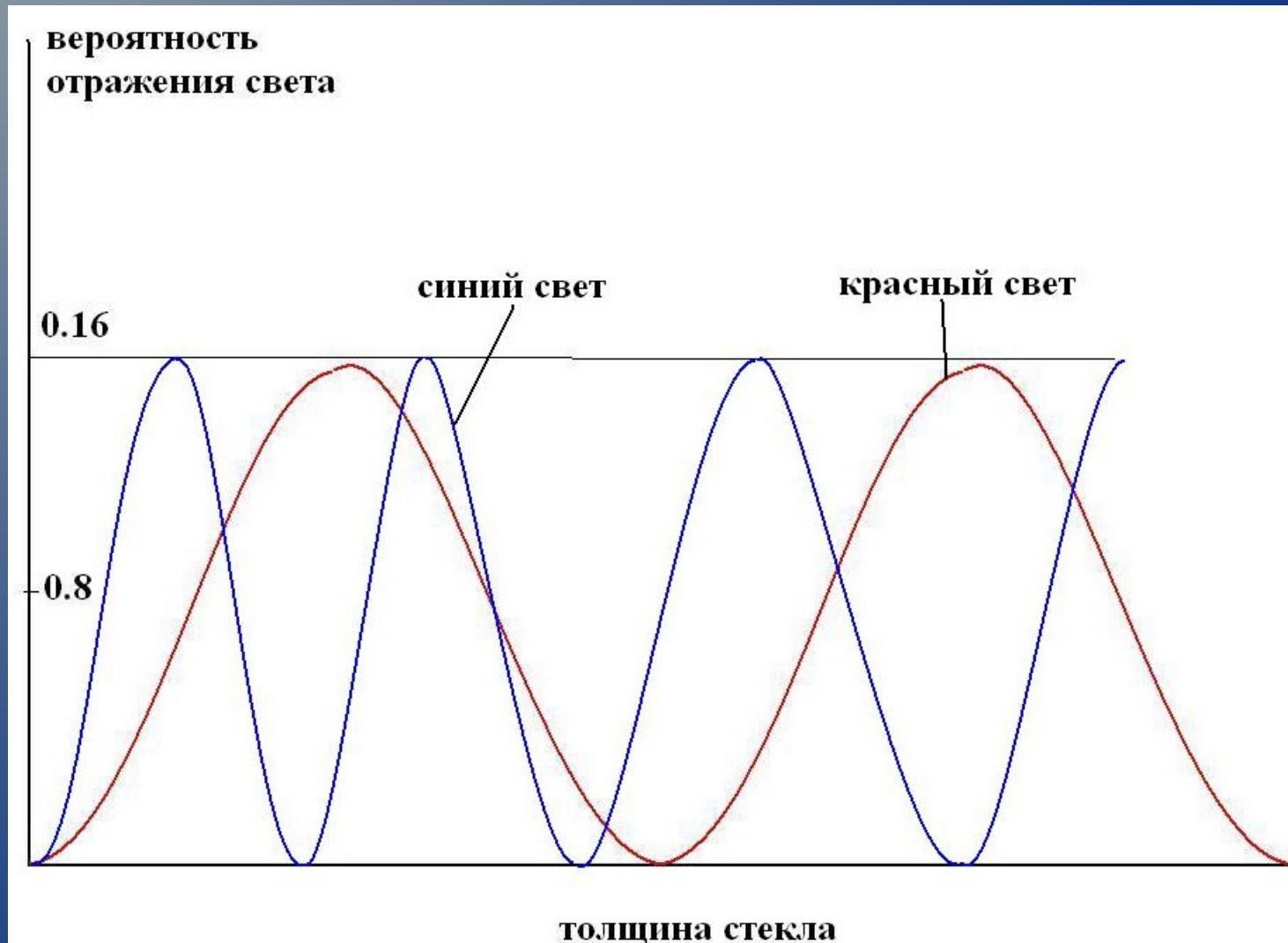
# При толщине = одна четверть длины волны фотона отражение максимально



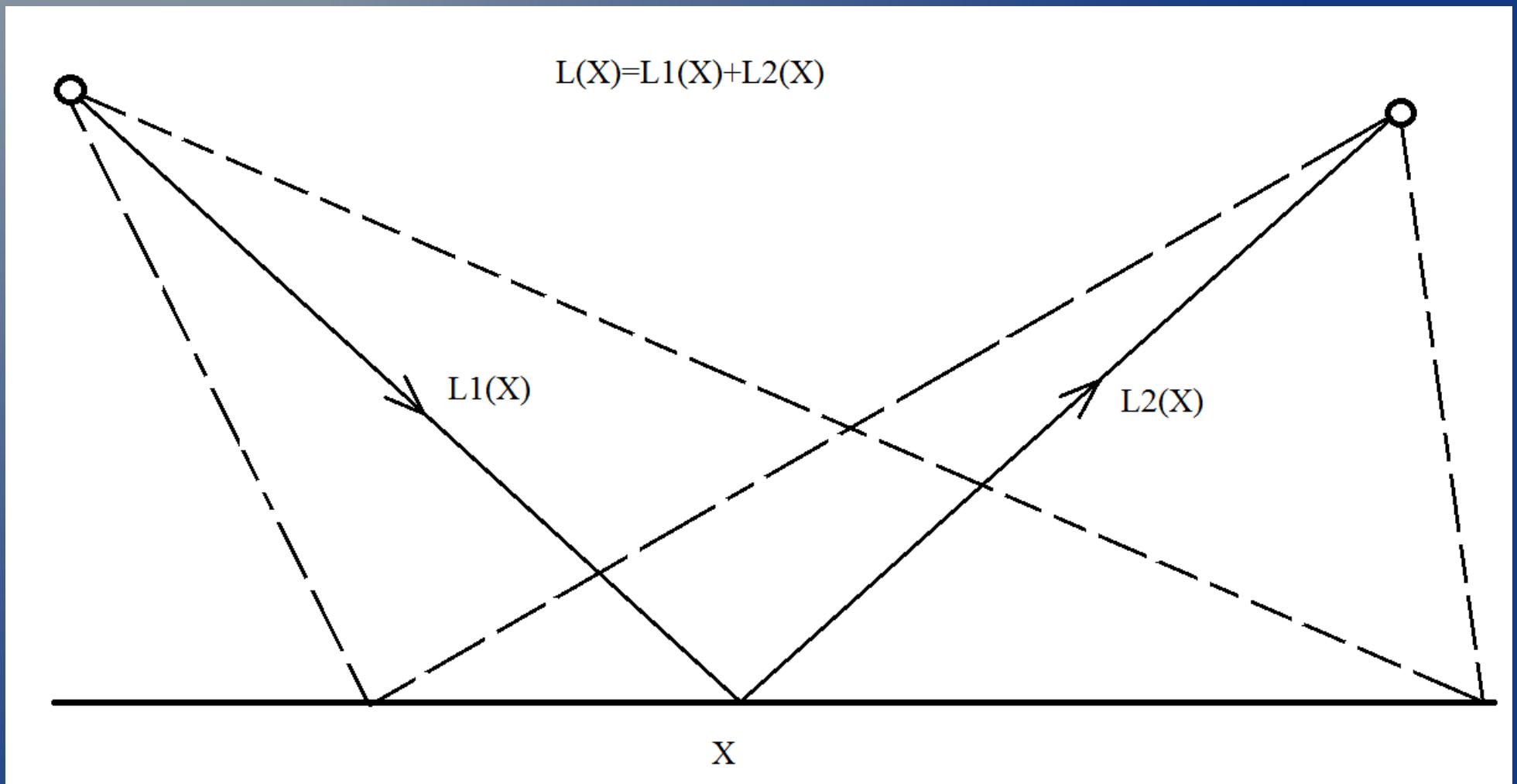
Периодическая зависимость вероятности отражения от толщины – следствие вращения стрелки каждого пути и сложений стрелок для разных путей

- Дальше отражение будет снова падать!

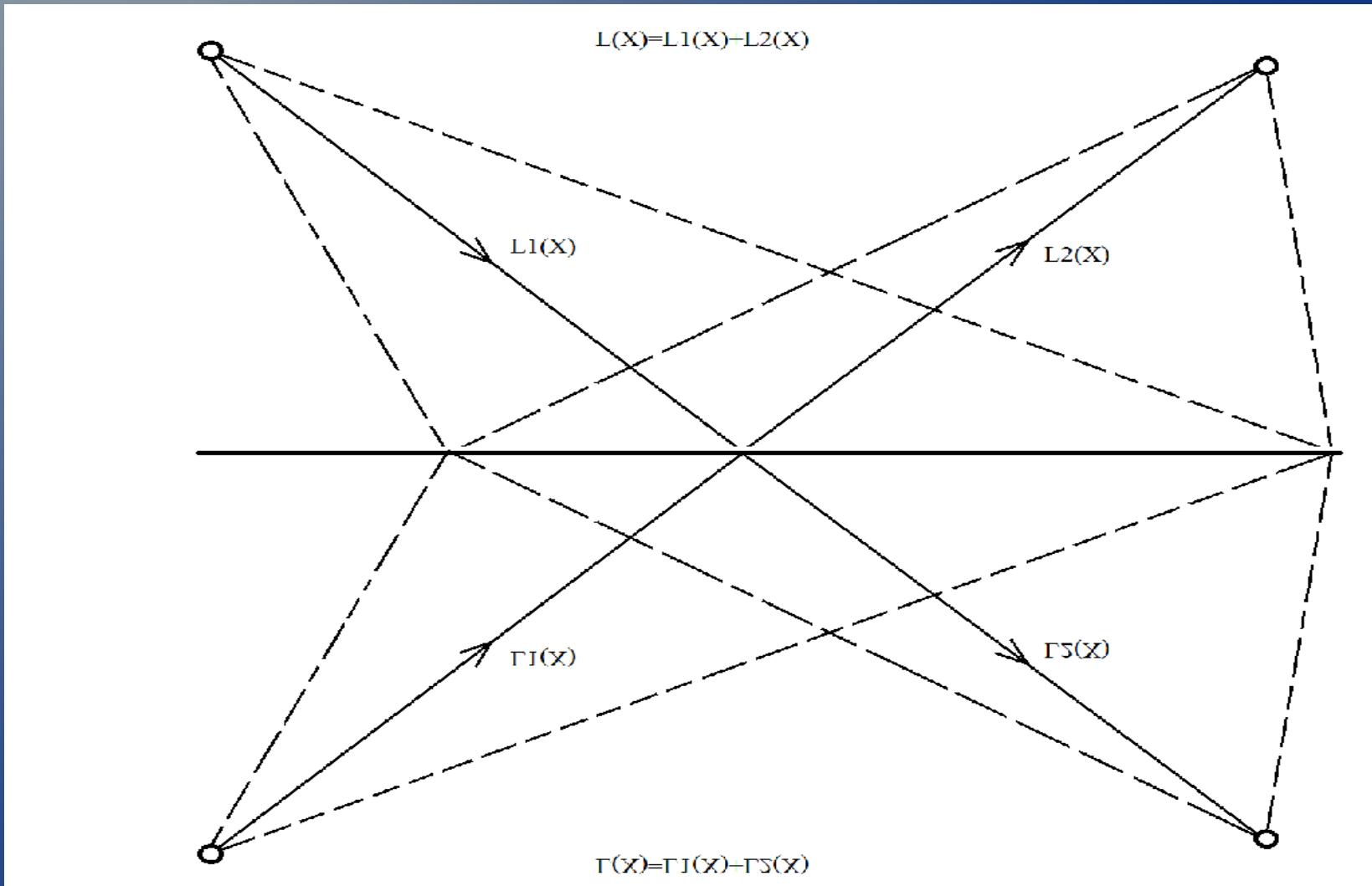
# Зависимость вероятности отражения от толщины стекла



# Почему угол падения равен углу отражения?

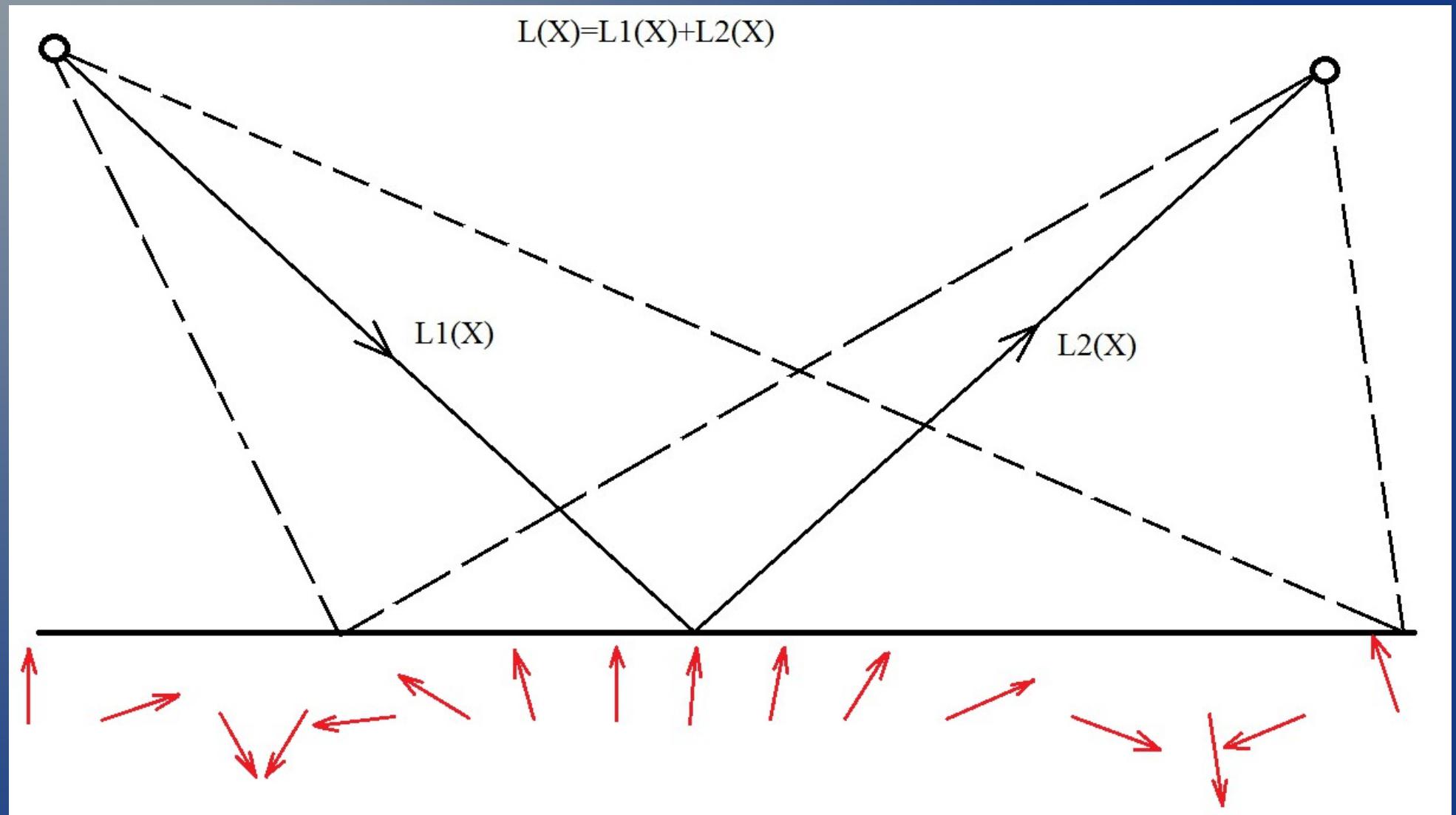


# Канонический путь – кратчайший, но как свет об этом узнает?

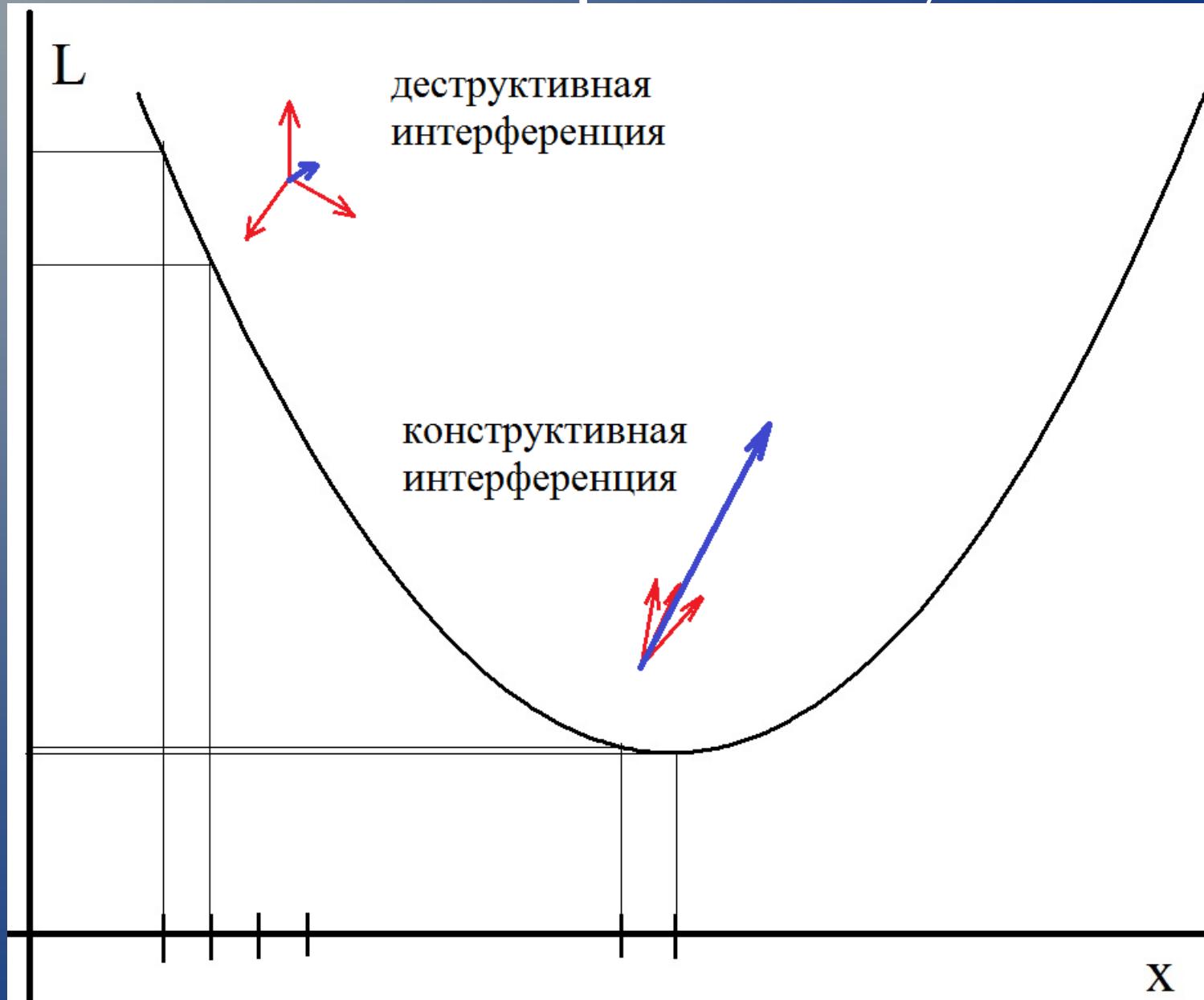


# Как происходит отражение от разных частей зеркала?

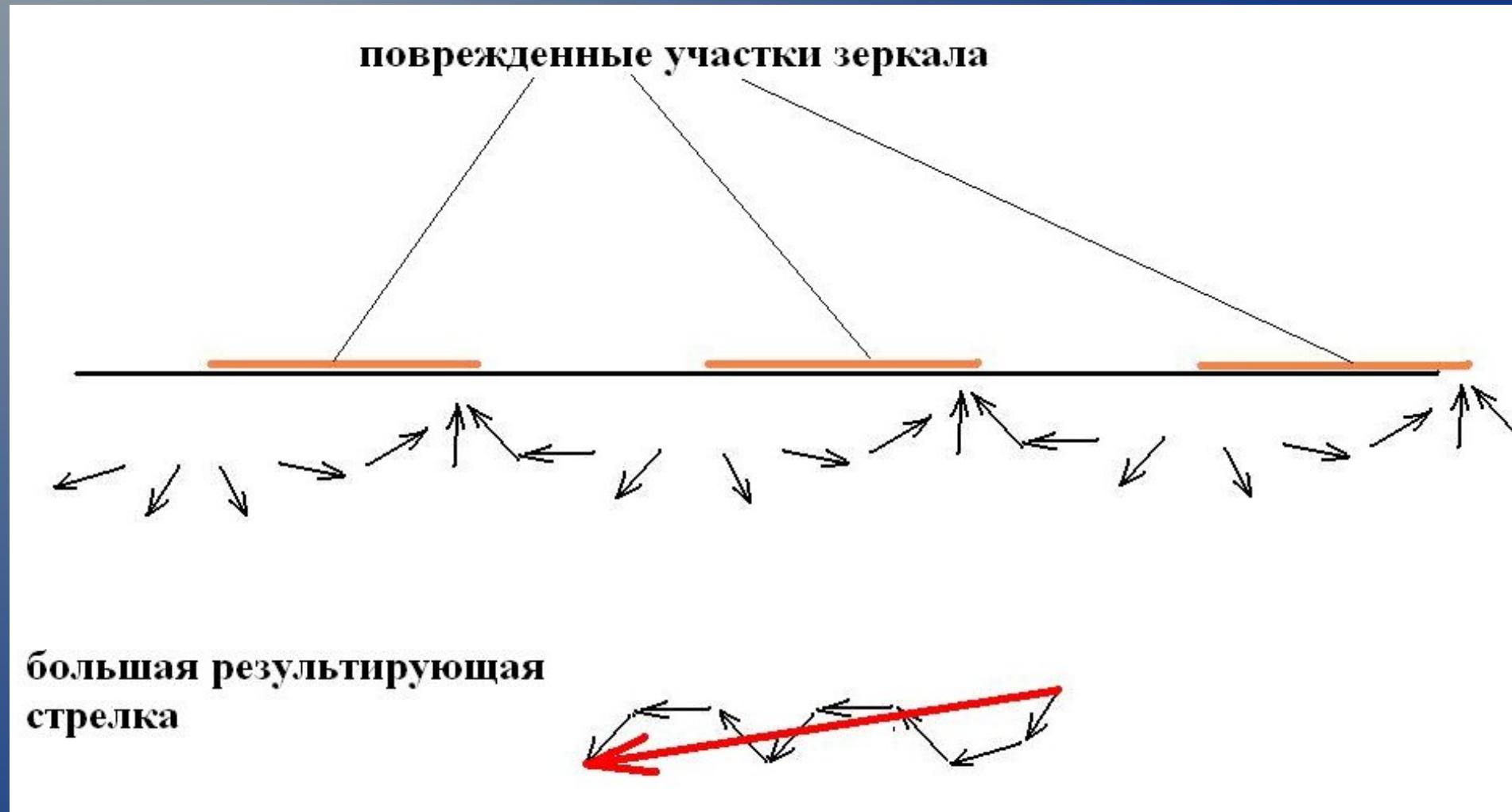
$$L(X) = L1(X) + L2(X)$$



# Разобъем рой на пучки



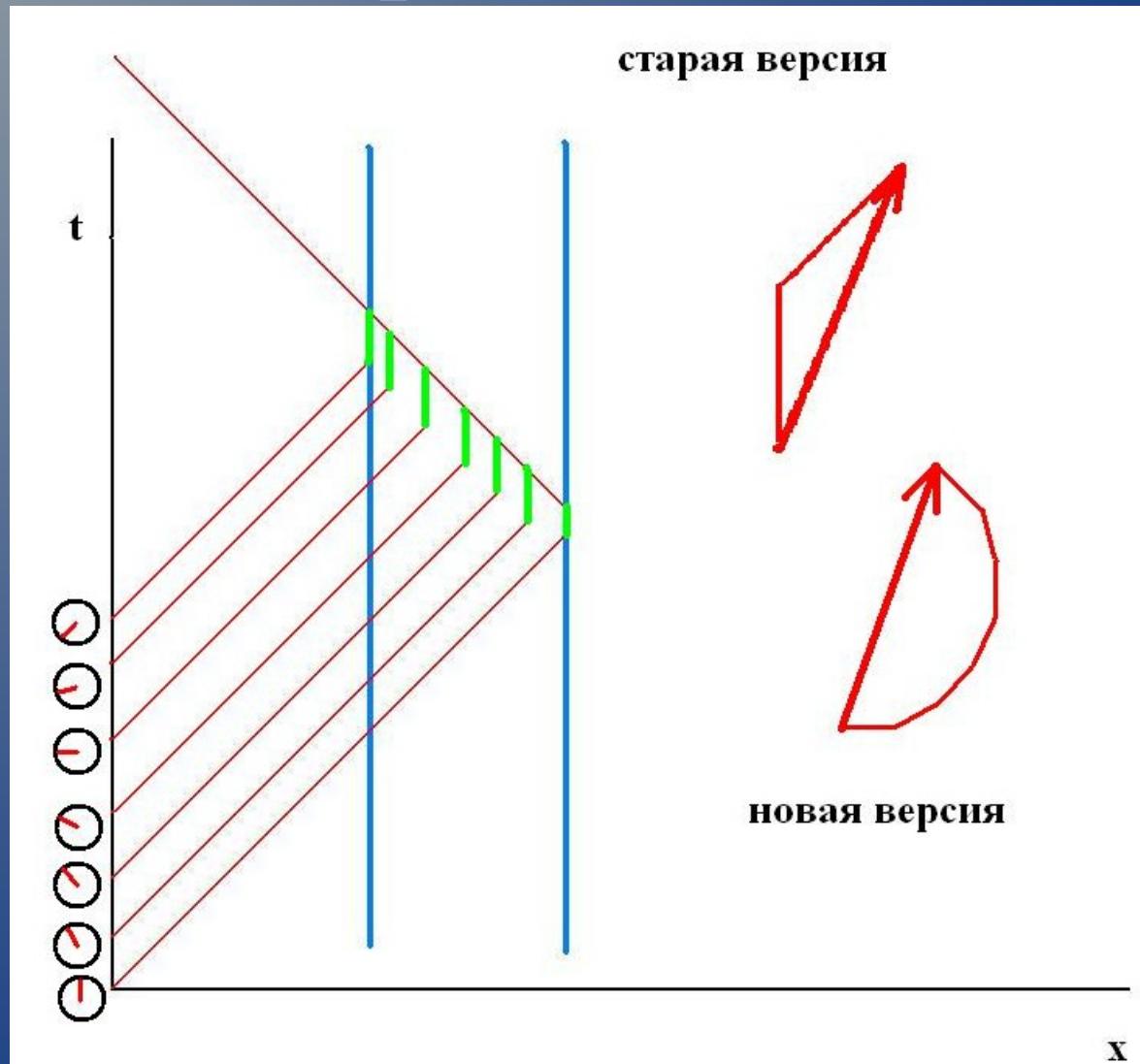
Можно добиться отраженияия от разных частей зеркала, процарапав его



# Монохроматический свет

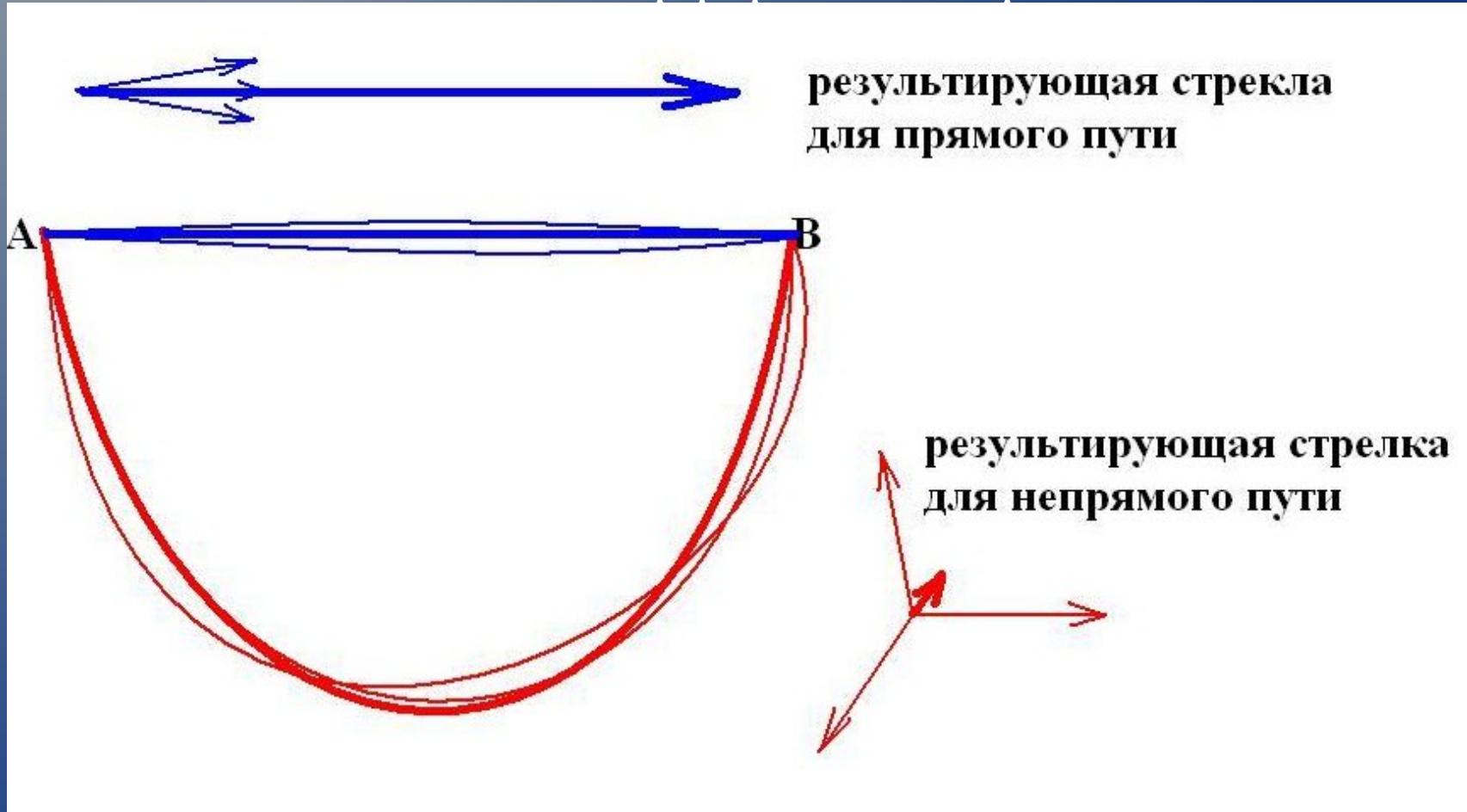
- Можно не вращать стрелку, а устанавливать ее фиксированное положение в зависимости от времени вылета фотона из источника: раньше вылет – большее время она показывает.
- Взаимодействие фотона с электронами стекла – поворот стрелки на 90 градусов.
- Эффект будет таким же, как и при старом методе, но мы избавляемся от искусственного приема: поворота стрелки на 180 градусов при отражении только от передней поверхности стекла.

# Учет взаимодействия фотонов с электронами в стекле

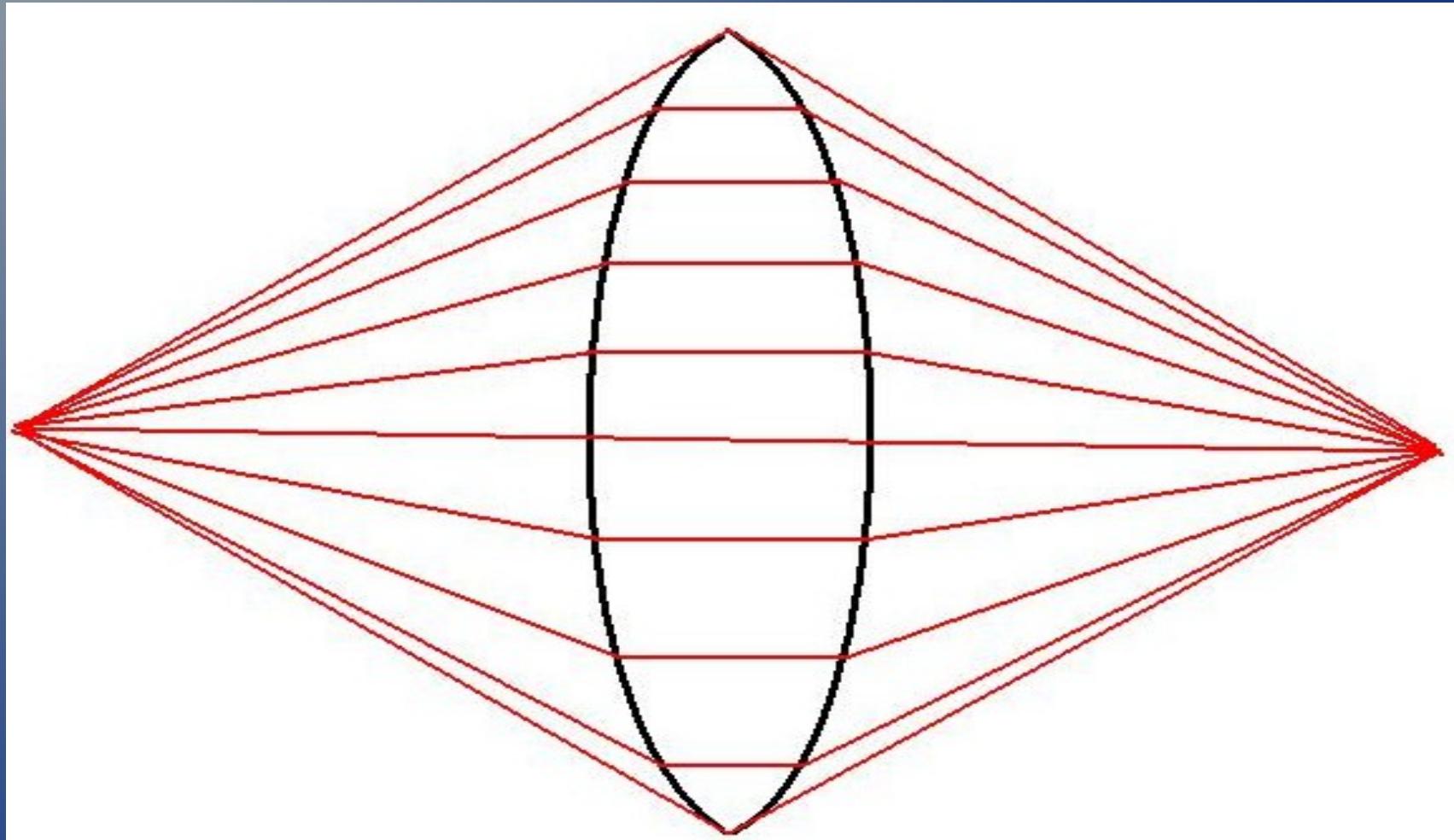


# А почему фотон летит по прямой?

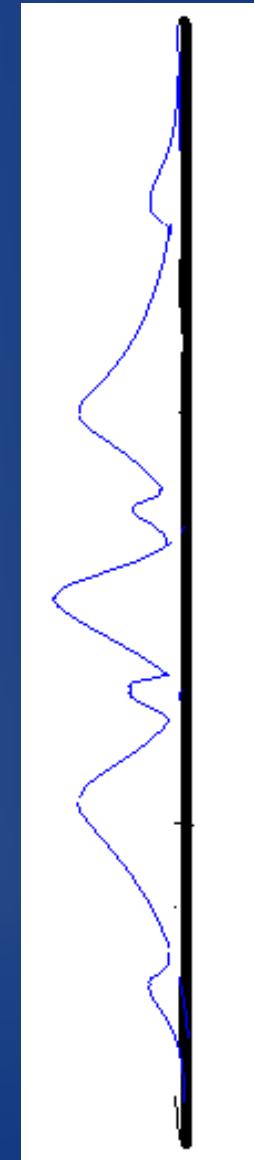
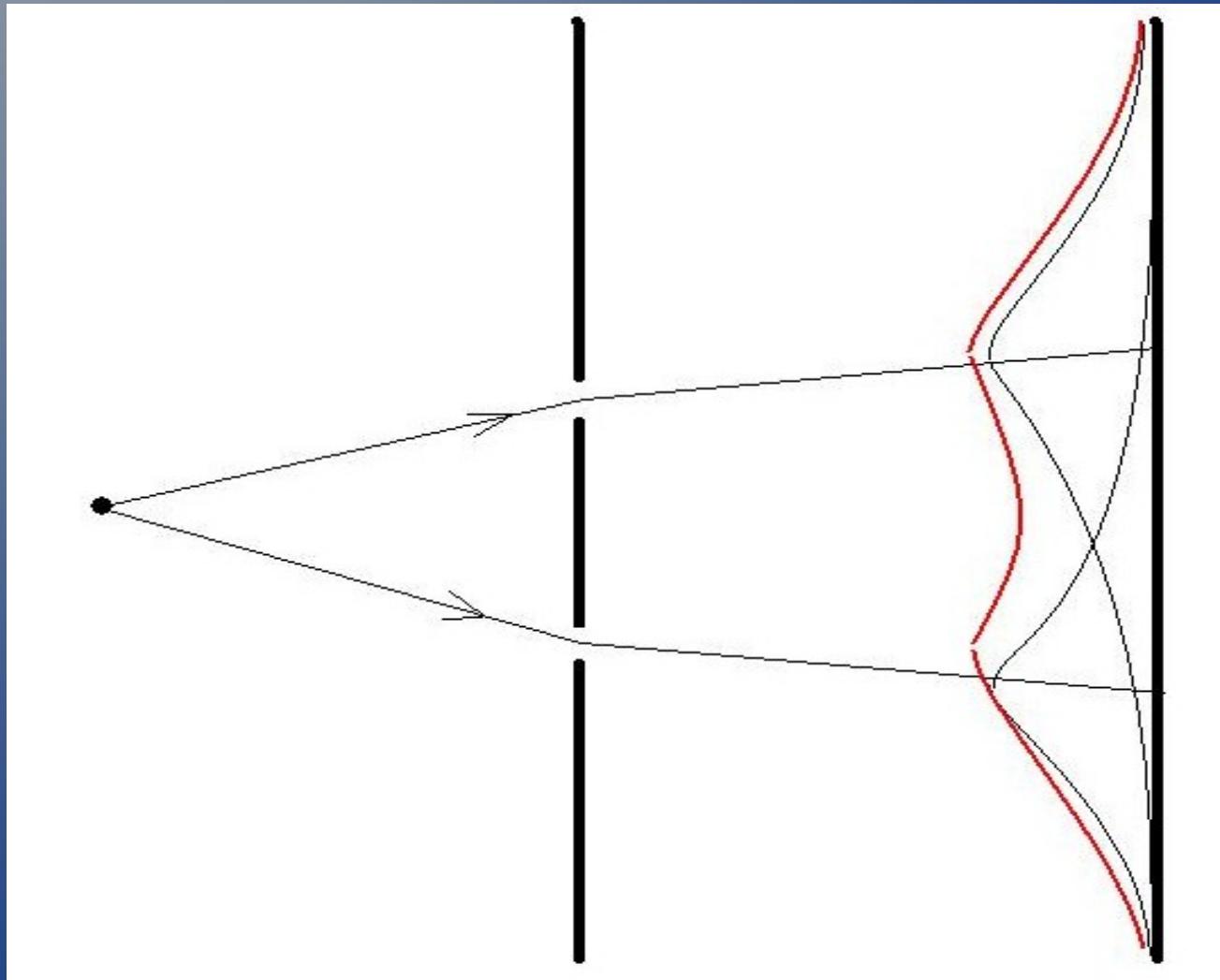
- Это – тоже следствие интерференции стрелок!



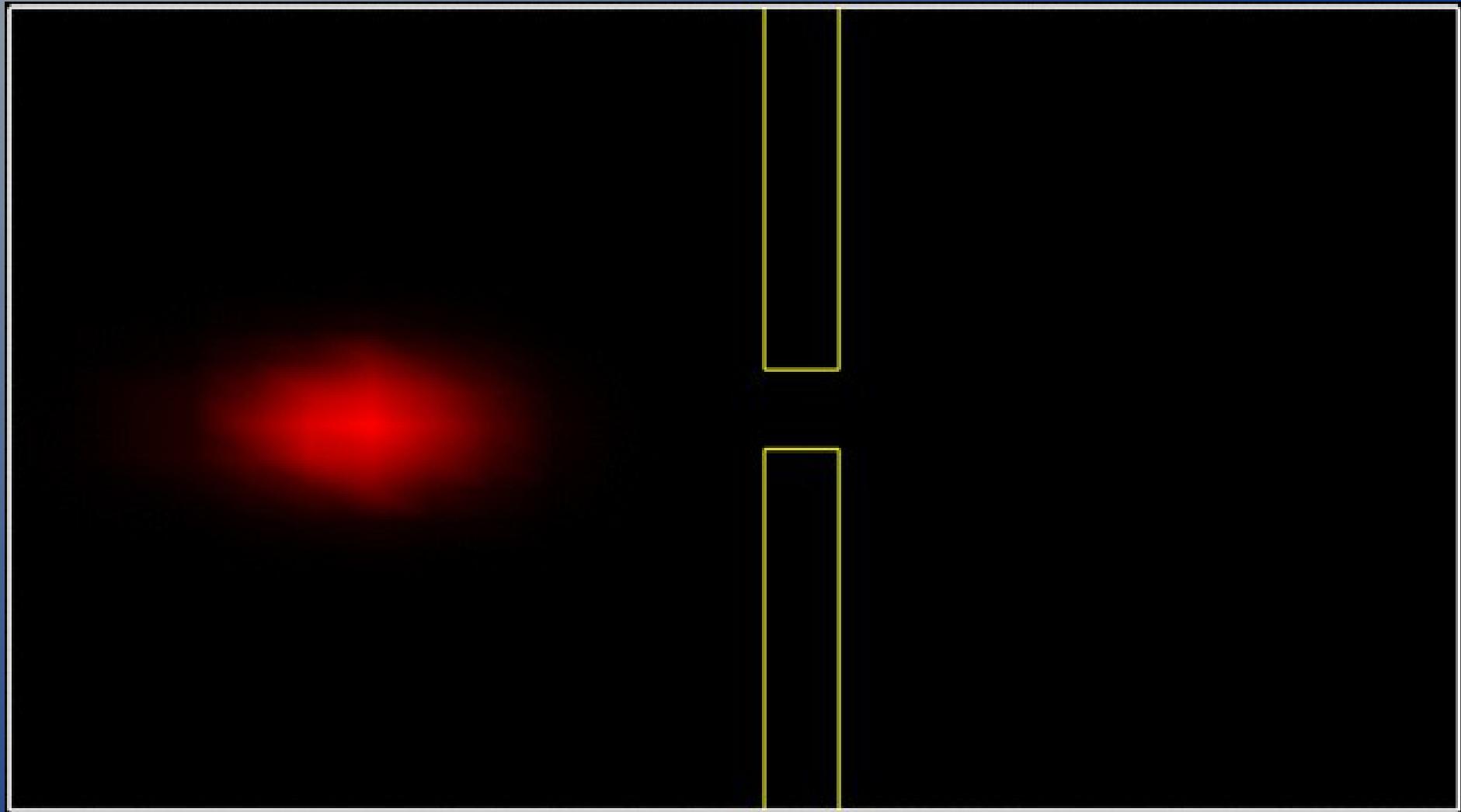
# Можно ли "обмануть" фотон?



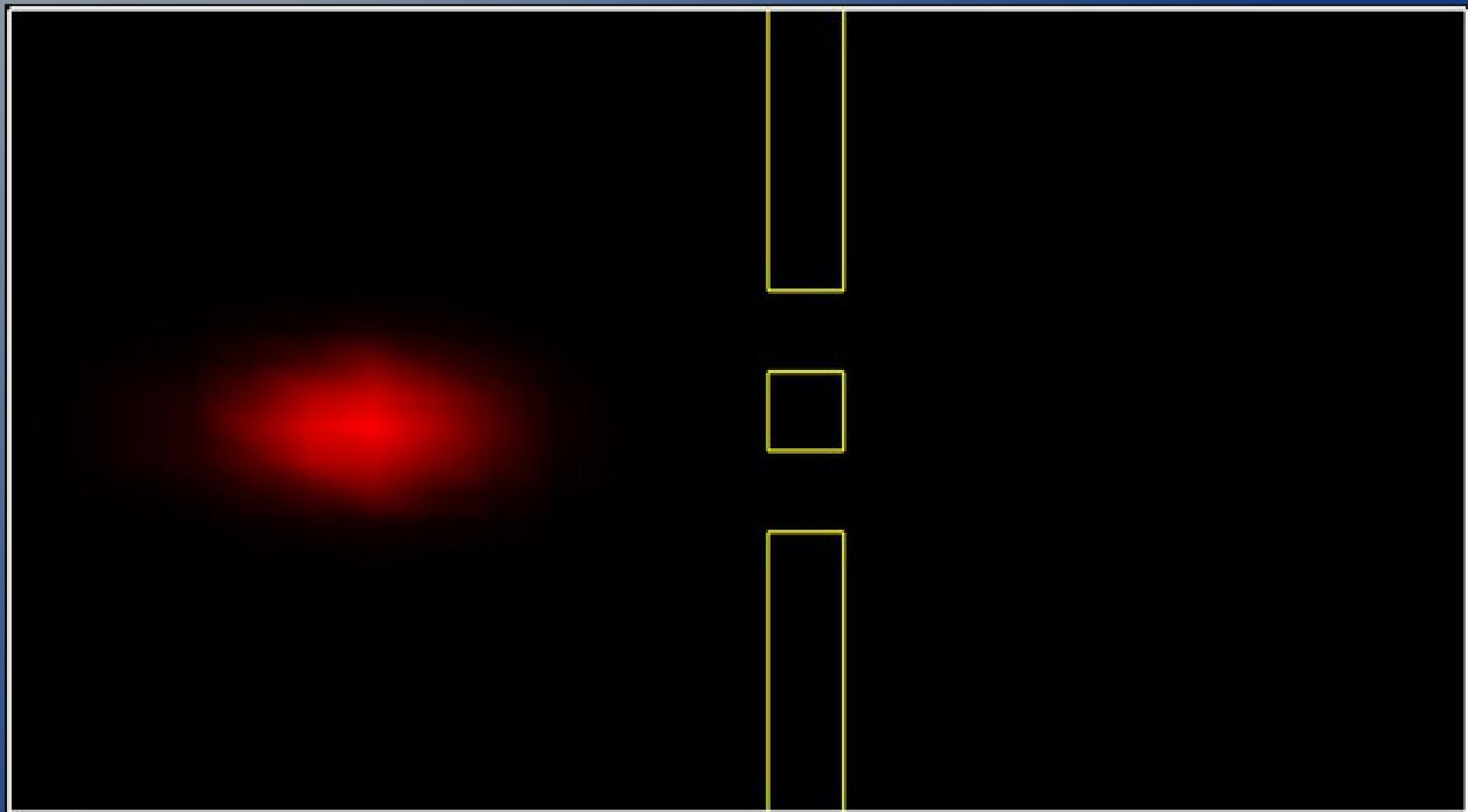
# Прохождение частицы через 2 щели



# Интерференция на одной щели (дифракция)

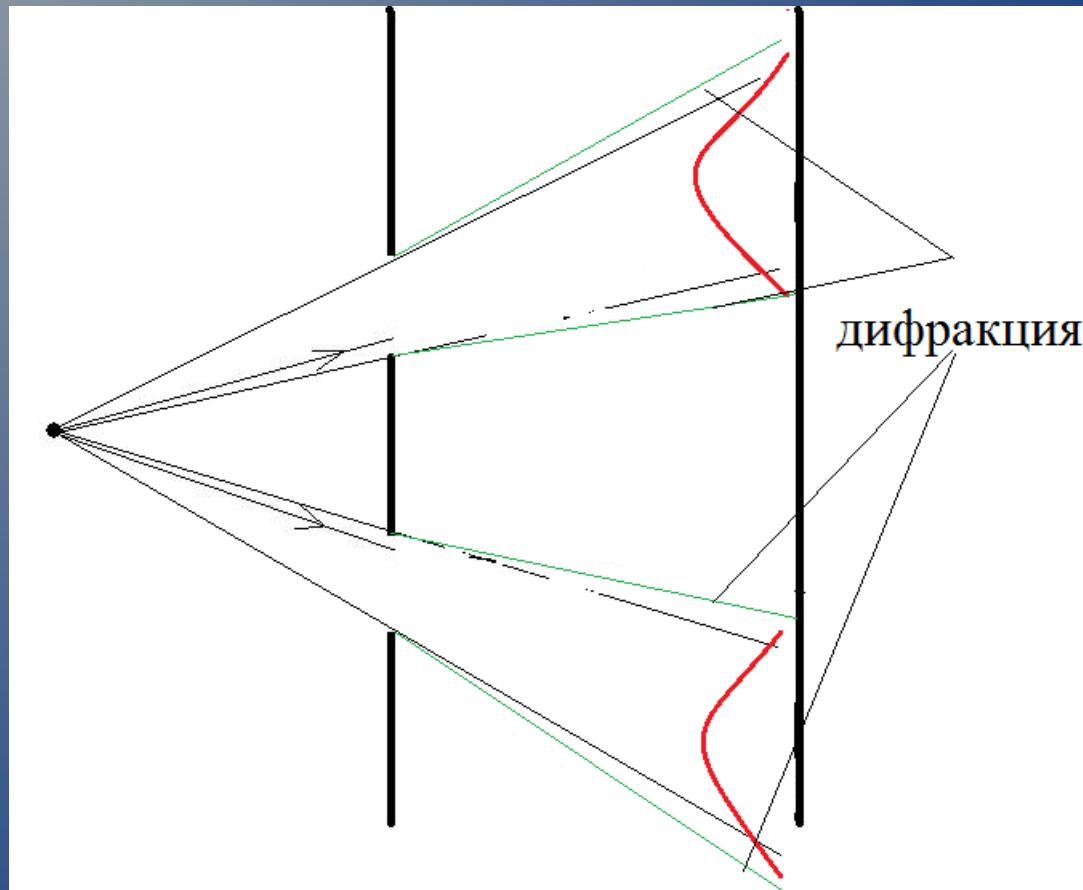


# Интерференция на двух щелях



# Зависимость от ширины щелей

- Щель широкая – интерференция мала



# Зависимость от ширины щели



# Принцип неопределенности – следствие "свободной воли" экземпляров роя

- $dx dp = h$  – чем точнее известна координата, тем меньше мы знаем об импульсе (Бор, Гейзенберг).

*Это следует из более общего закона:*

- Экземпляры роя не могут находиться в одной клетке пространства.
- У каждого экземпляра есть "свобода воли": его путь известен только ему самому.

# Дискретность мира

- Пространство и время не являются непрерывными; они дискретны.
- Зерно разрешения  $dx$  имеет физический смысл: от него зависят заряды (и массы!) элементарных частиц.
- Перенормировки – изменение заряда – в зависимости от  $dx$  могут быть сделаны корректно: на экспериментах это не скажется (теорема Боголюбова – Парасюка 1954 г)

# Великий закон Природы

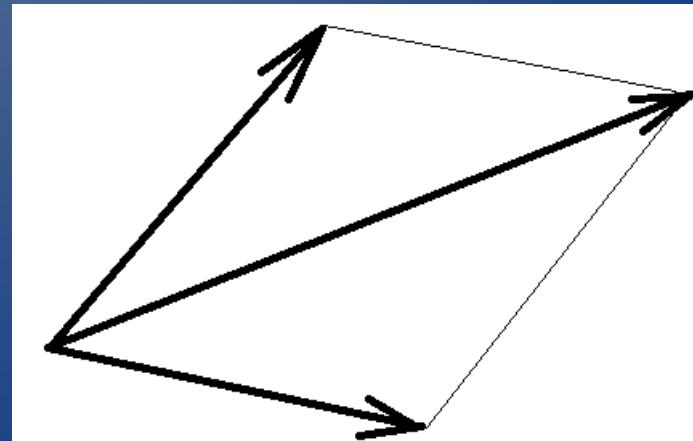
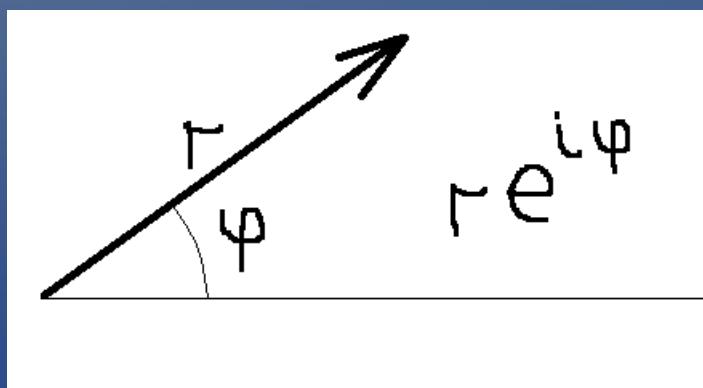
- В каждой клетке пространства – не более одного экземпляра реальной частицы
- Стрелка для каждого экземпляра реальной частицы при движении вдоль своего пути последовательно поворачивается и сжимается.
- Стрелки для разных экземпляров, оказавшиеся в одной клетке пространства, складываются.
- Вероятность частицы попасть в данную клетку есть квадрат длины стрелки.

# Вероятностный характер квантовой теории

- У одной, отдельно взятой частицы НЕТ НИКАКОЙ СТРЕЛКИ.
- Стрелка (волновая функция) – это атрибут огромного числа одинаково приготовленных частиц
- Узнать стрелку можно только имея большое количество одинаковых реальных частиц, например, атомов водорода.

# Стрелки как комплексные числа

- Стрелка = комплексное число
- Поворот стрелки на угол  $\varphi$  и сжатие в  $r$  раз = умножение на комплексное число  $r e^{i\varphi}$ .
- Сложение стрелок = сложение комплексных чисел.
- Все алгебраические правила справедливы и для комплексных чисел (там нет только отношения порядка).

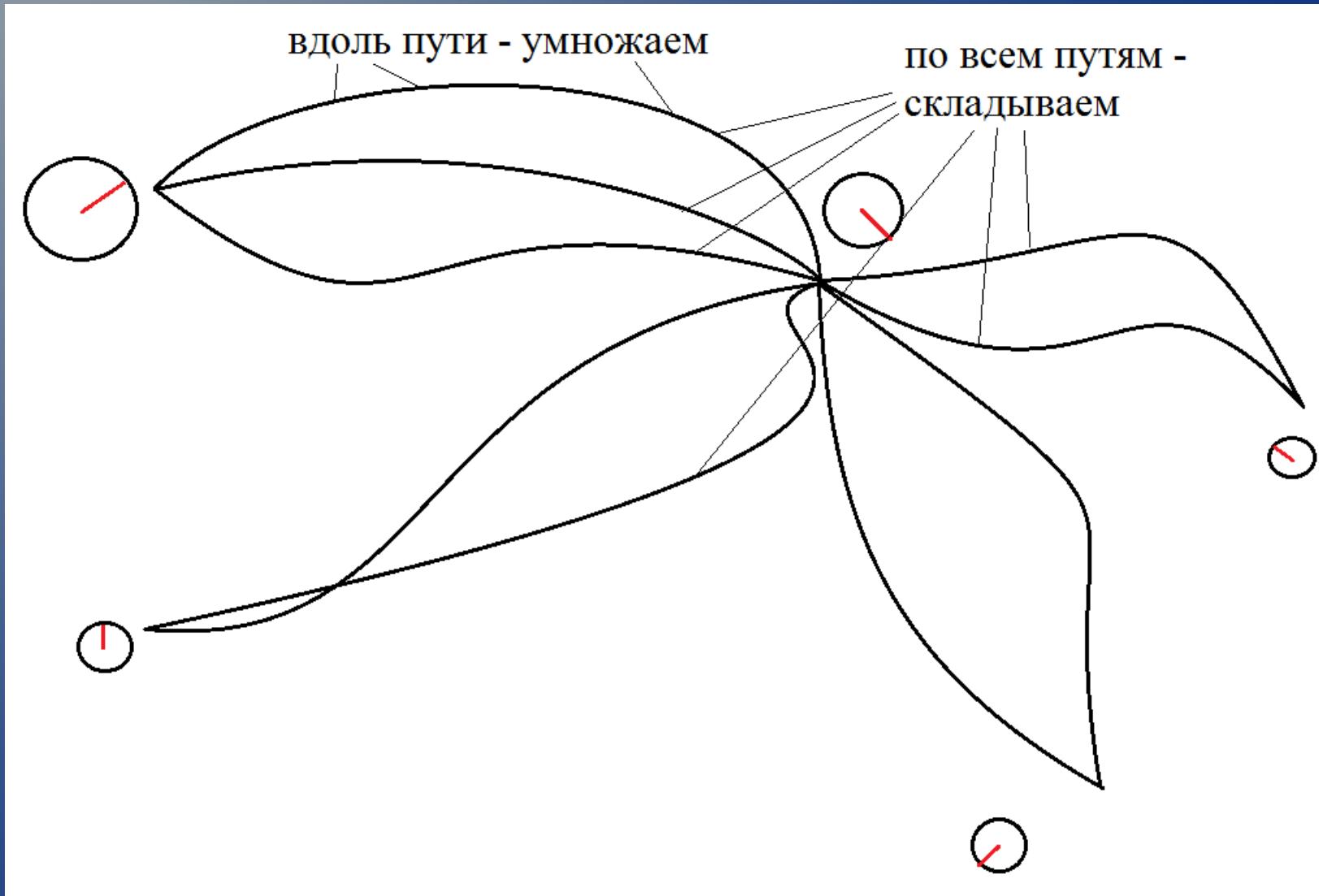


# Великий закон Природы

- Состояние частицы = распределение амплитуд ее нахождения в разных точках – это называется волновой функцией или  $\Psi$  – функцией.
- Амплитуды вдоль одного пути перемножаются (последовательные сжатия и повороты стрелки)
- Амплитуды вдоль всевозможных путей, ведущих в одну точку, складываются

Это называют принципом интерференции или принципом суперпозиции

# Великий закон Природы



# Оптические явления: Fata Morgana



# Оптические явления: Fata Morgana



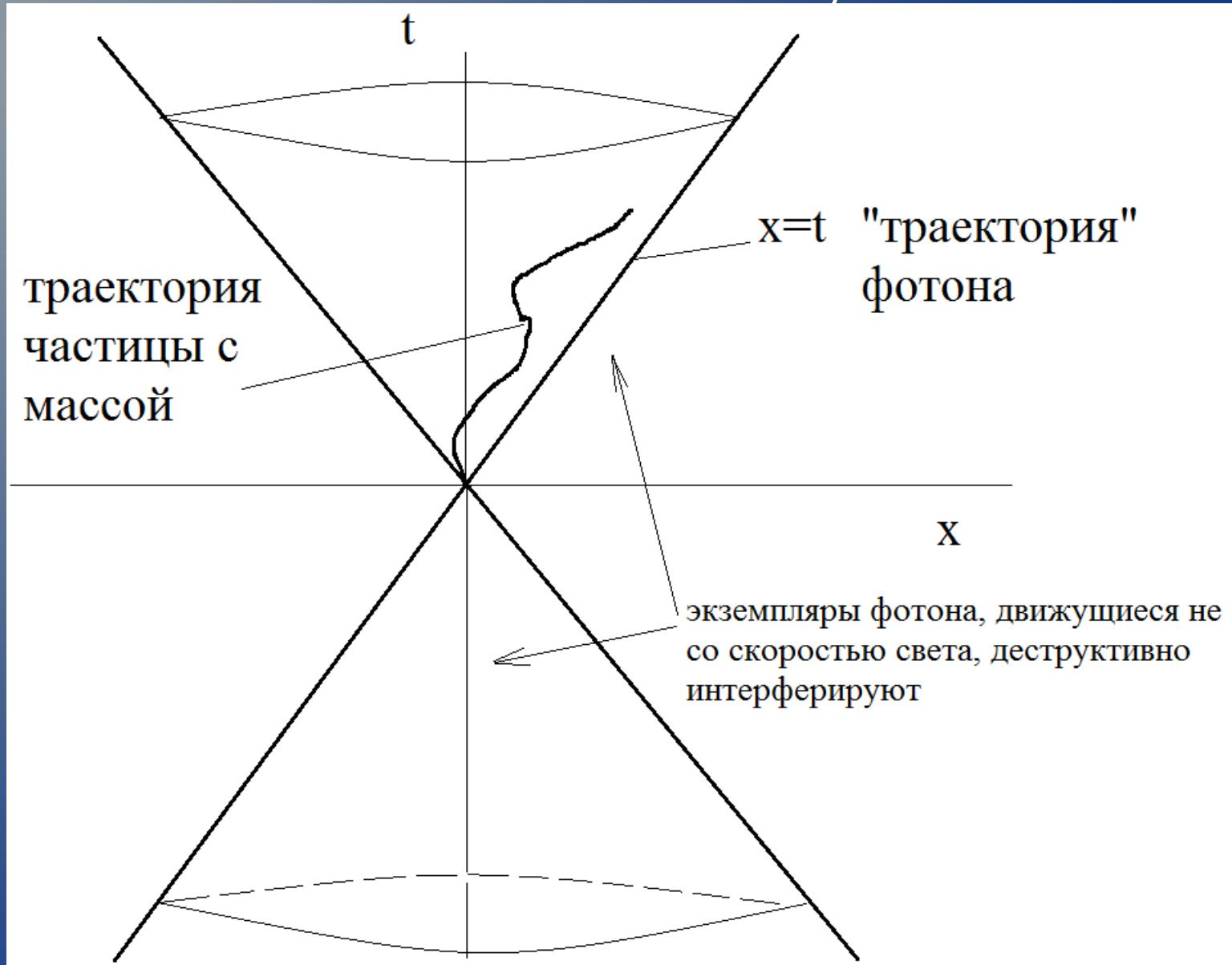
# Оптические явления: Fata Morgana



# Оптические явления: Fata Morgana



# Световой конус



# Переход фотона из точки в точку в пространстве-времени

- $P(A \rightarrow B) = 1/I$ , где
- $I = (x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 + (z_A - z_B)^2 - (t_A - t_B)^2$  – квази-расстояние в пространстве-времени.

(скорость света  $c=1$ )

- $1/I$  обращается в бесконечность на поверхности светового конуса!
- Причина в том, что мы предполагаем пространство непрерывным.
- Надо ввести зерно разрешения  $d$  по пространству, чтобы устранить особенность в нуле.

# Переход фотона из точки в точку в пространстве-времени

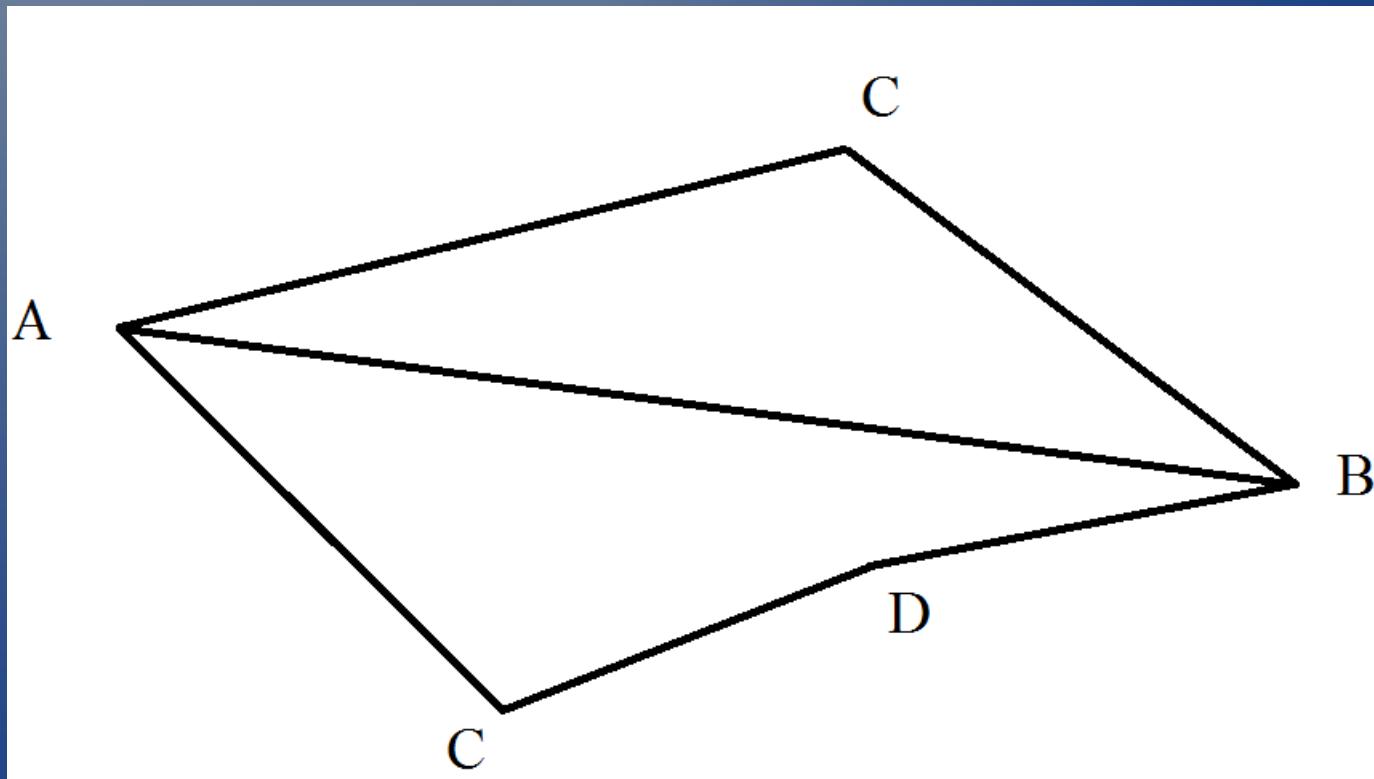
- $P(A \rightarrow B) = 1/I$ , где
- $I = (x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 + (z_A - z_B)^2 - (t_A - t_B)^2$  – квази-расстояние в пространстве-времени.

(скорость света  $c=1$ )

- $1/I$  обращается в бесконечность на поверхности светового конуса!
- Причина в том, что мы предполагаем пространство непрерывным.
- Надо ввести зерно разрешения  $d$  по пространству, чтобы устраниить особенность в нуле.

# Амплитуда перехода электрона

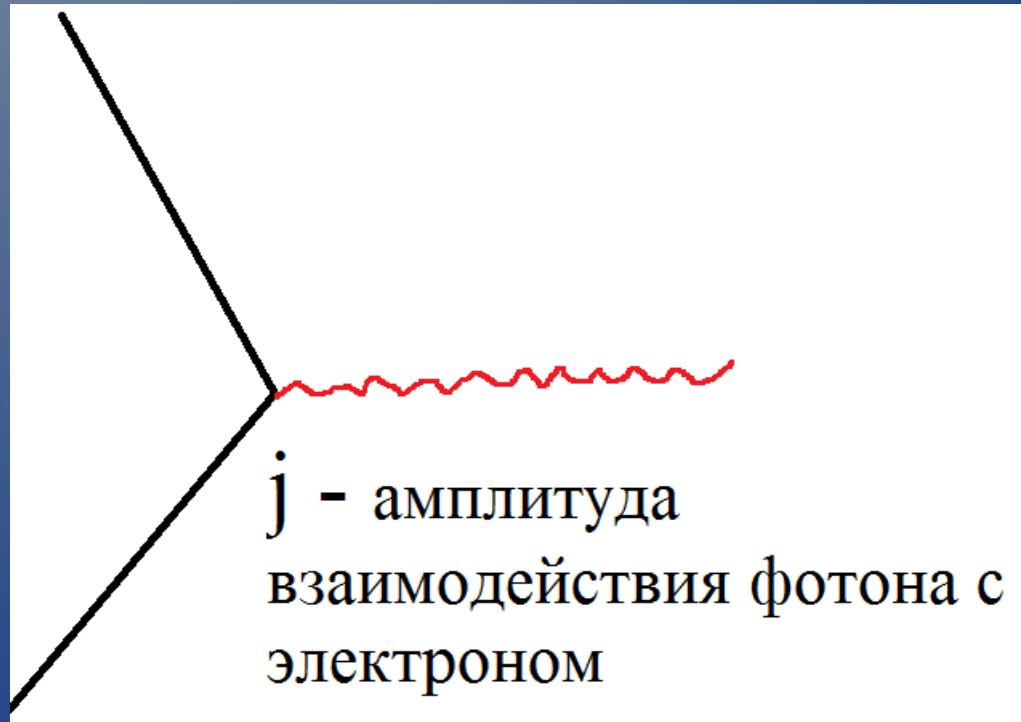
- $E(A \rightarrow B) = P(A \rightarrow B) + \sum_C P(A \rightarrow C)v^2 P(C \rightarrow B) + \sum_{C,D} P(A \rightarrow C)v^2 P(C \rightarrow D)v^2 P(D \rightarrow B) + \dots$



# Взаимодействие электрона с фотоном

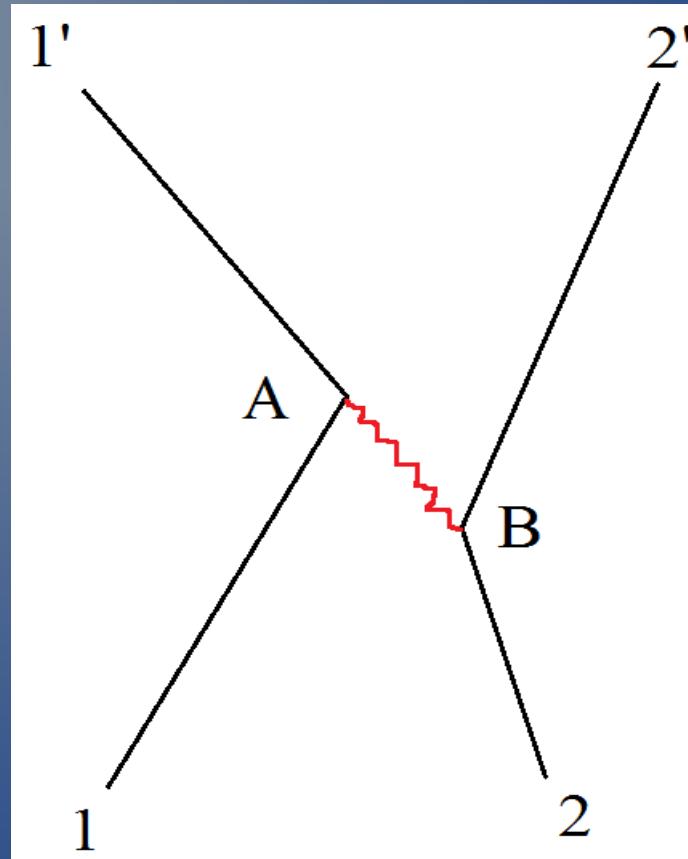
$v$  – масса “голого“ электрона

$j$  – заряд “голого“ электрона



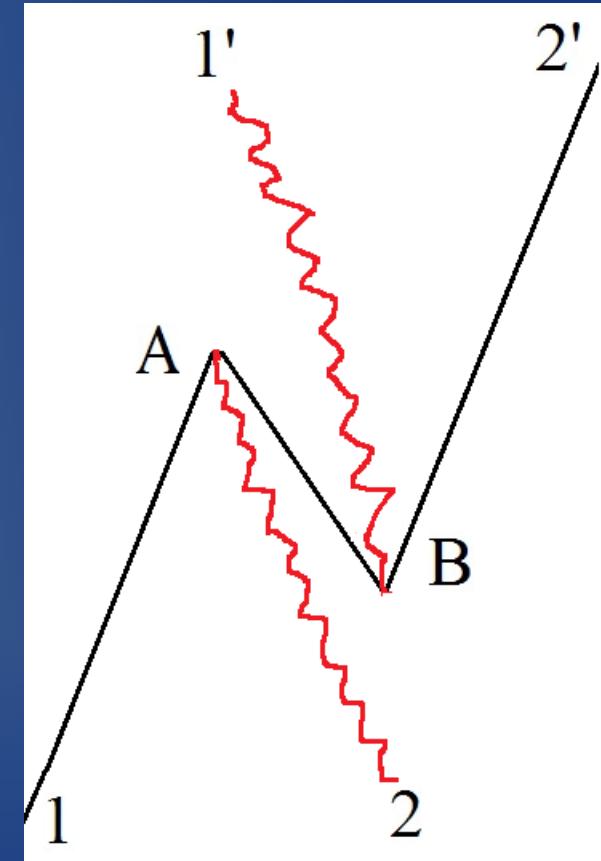
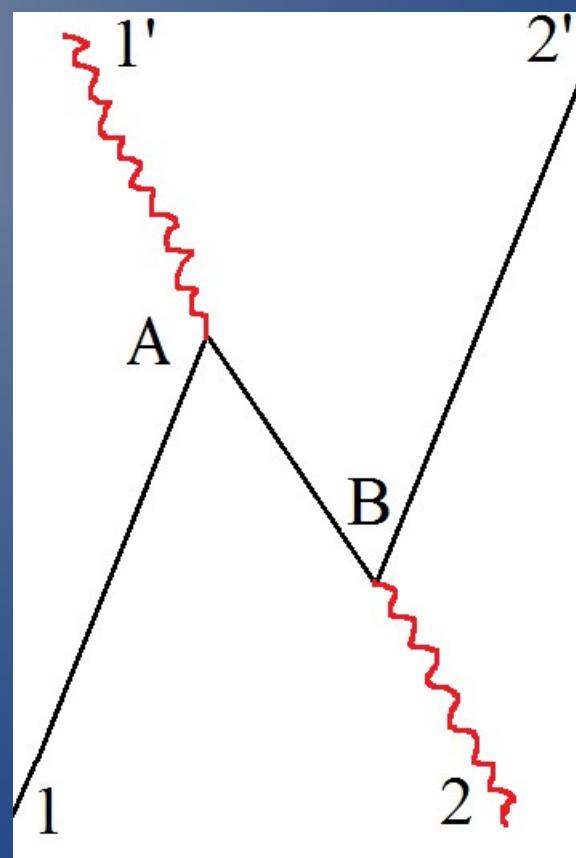
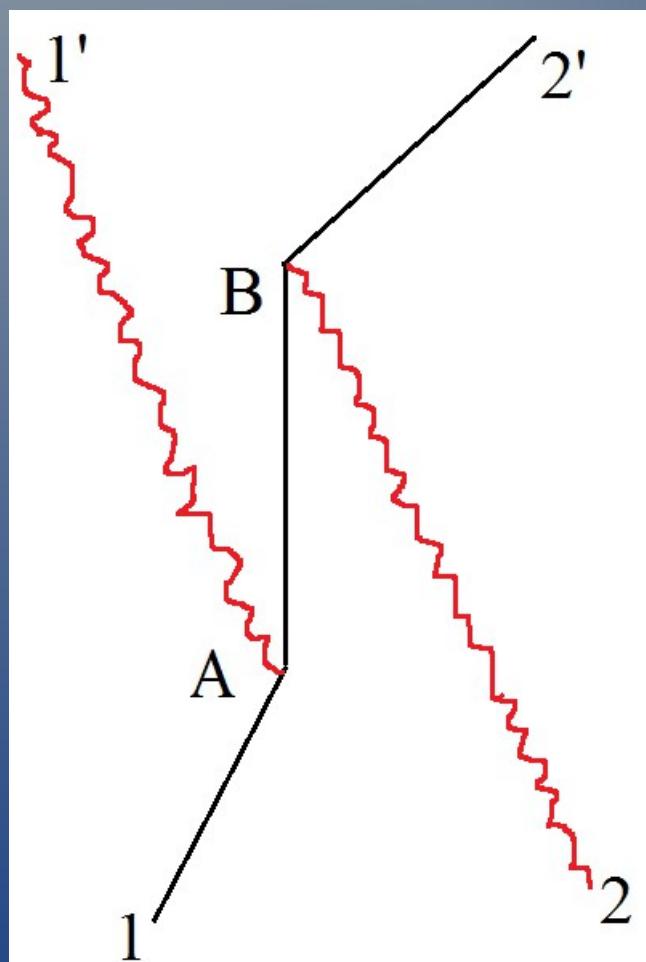
# Диаграммы Фейнмана

- Амплитуда диаграммы есть произведение амплитуд всех ее частей:

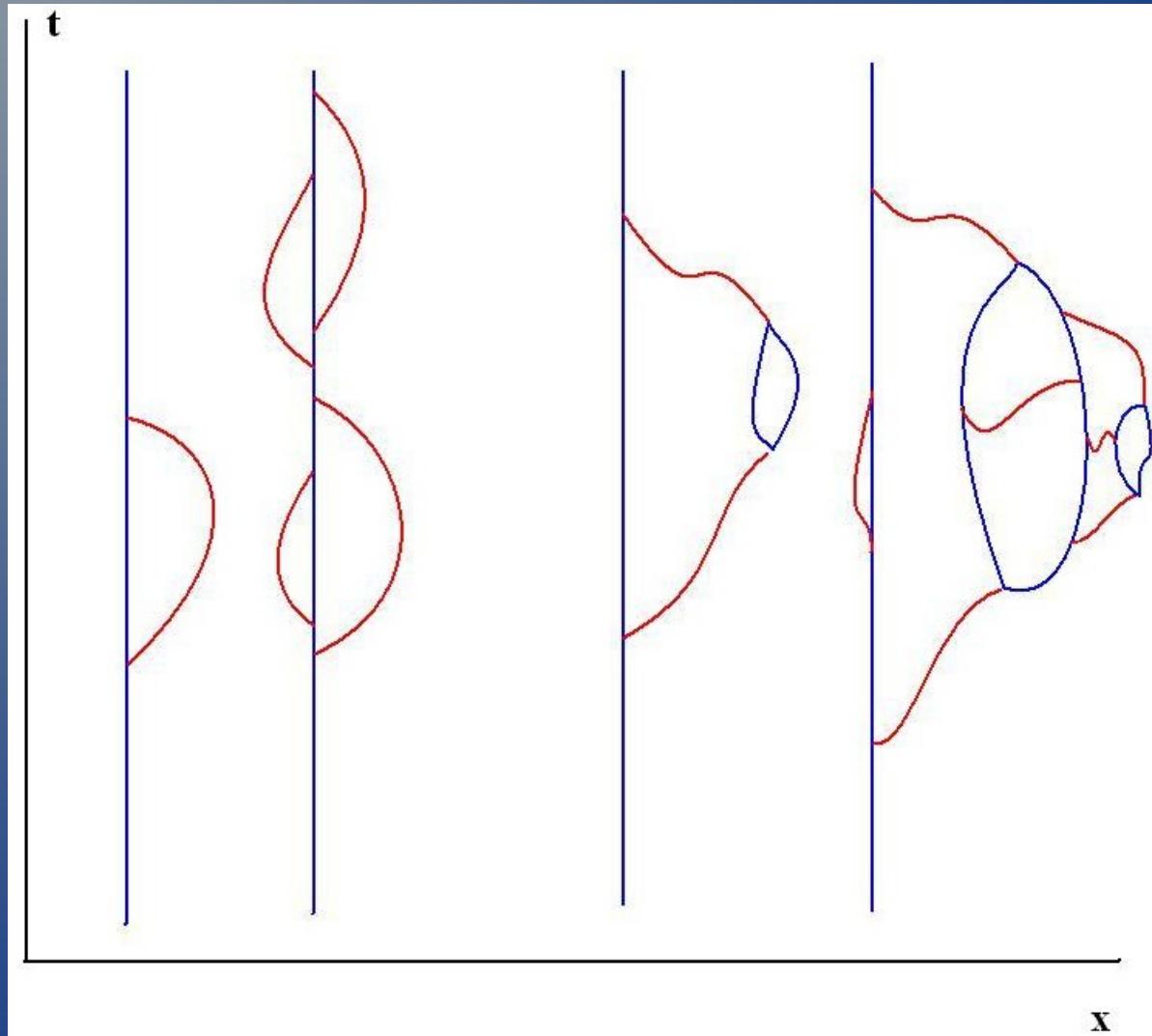


- $P(A \rightarrow B)E(1 \rightarrow A)E(A \rightarrow 1')E(2 \rightarrow B)E(B \rightarrow 2')jj$

В диаграммах время может течь вспять, а энергия должна сохраняться только во всей диаграмме, но не в каждой ее части.

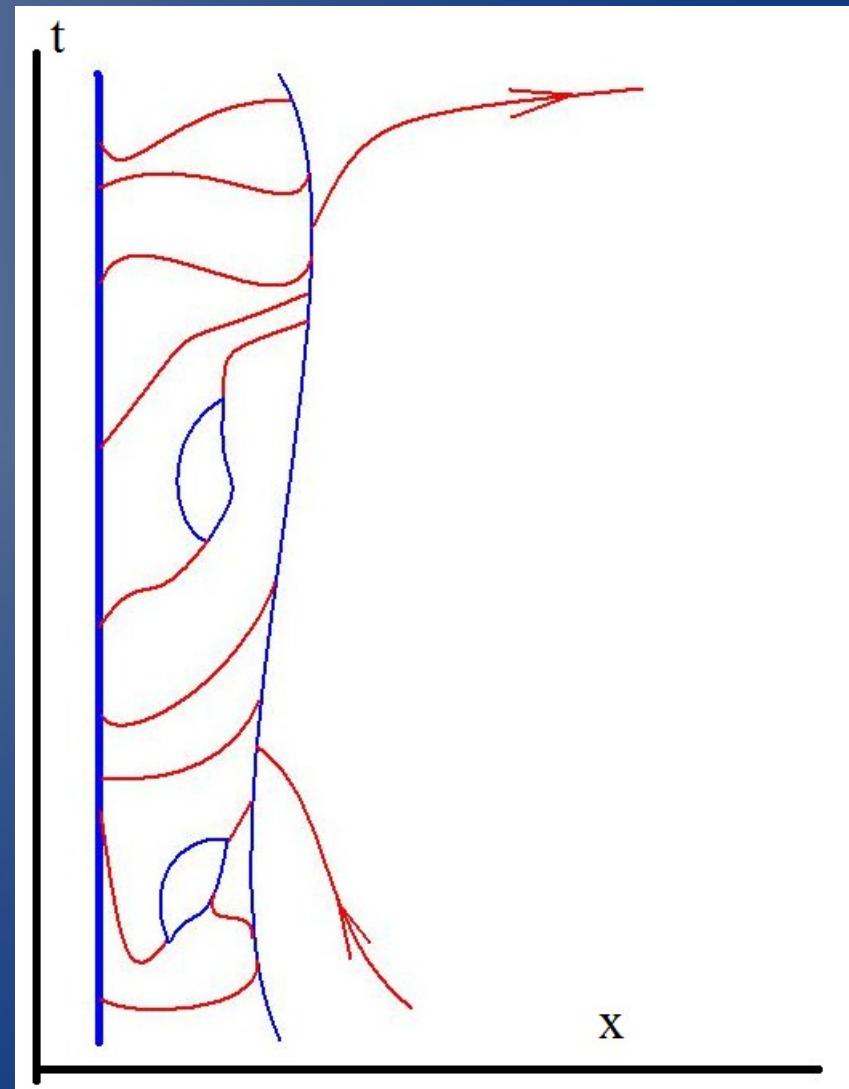


Реальный электрон – всегда "одет" в облако из виртуальных частиц



# Каждый шаг в "пути" сложной системы – фейнмановская диаграмма

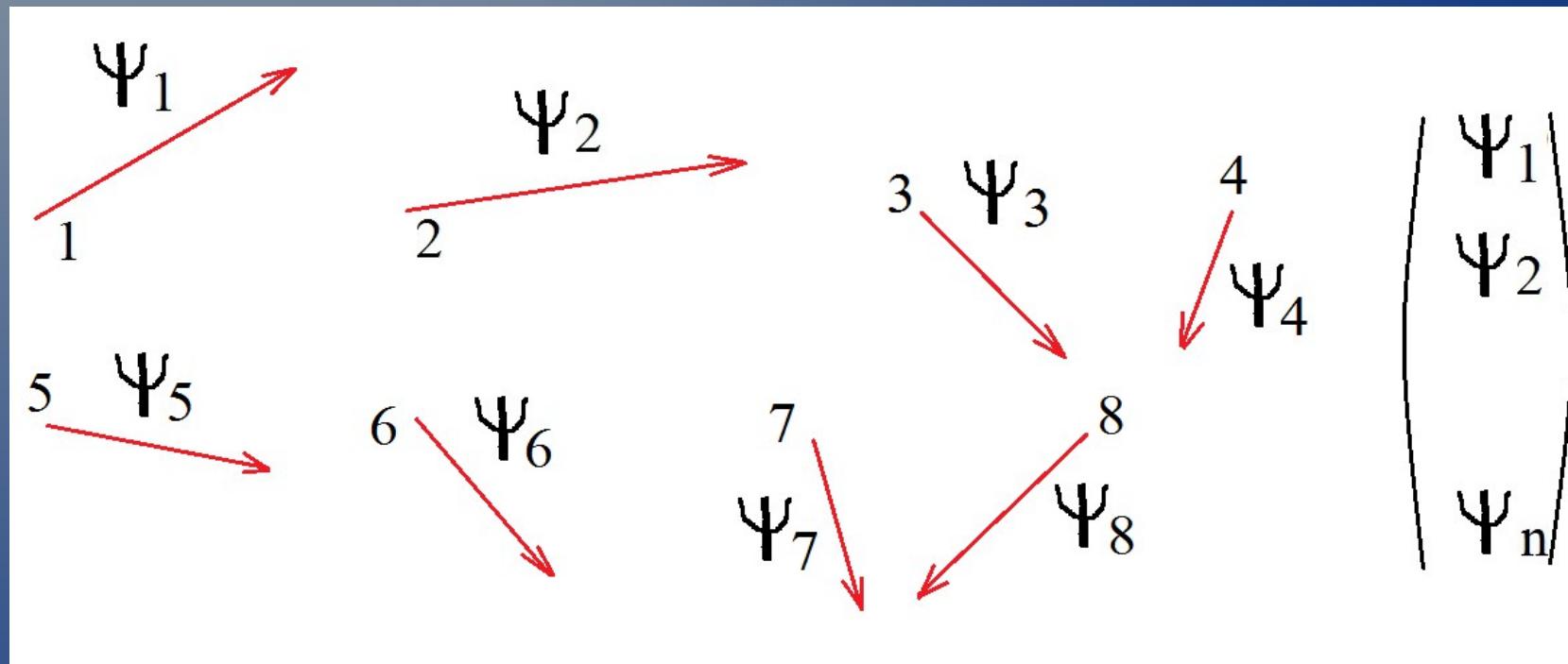
- Рассеяние фотона  
атомом водорода



# Квантовая электродинамика способна дать ответ с точностью около десяти знаков после запятой

- Задаем значение зерна  $d$  пространственного разрешения.
- Подбираем массу и заряд  $v$  и  $j$  "голого" электрона, вычисляем вероятности процесса и сравниваем с экспериментом.
- Бете, Вайскопф (1949): при уменьшении  $d$  параметры  $v$  и  $j$  изменяются, но амплитуды – только уточняются!
- Фейнман, Швингер, Томонага: вычисления фундаментальных процессов и характеристик элементарных частиц с помощью КЭД.

# Состояние роя как столбец амплитуд



# Великий закон Природы в матричной форме

$u_{ij}$  амплитуда перехода из  $j$  в  $i$

положение  
стрелки в клетке 1  
в момент  $t$

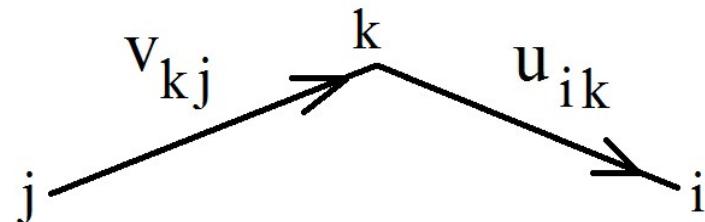
$$\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \dots & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} \dots & u_{2n} \\ \dots \\ u_{n1} & u_{n2} \dots & u_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Psi_1^{(0)} \\ \Psi_2^{(0)} \\ \vdots \\ \Psi_n^{(0)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Psi_1(t) \\ \Psi_2(t) \\ \vdots \\ \Psi_n(t) \end{pmatrix}$$

$$\Psi_1(t) = \Psi_1^{(0)} u_{11} + \Psi_2^{(0)} u_{12} + \dots + \Psi_n^{(0)} u_{1n}$$

# Великий закон Природы в матричной форме

$$\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & \dots & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} & \dots & u_{2n} \\ \dots & & & \\ u_{n1} & u_{n2} & \dots & u_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} & \dots & v_{1n} \\ v_{21} & v_{22} & \dots & v_{2n} \\ \dots & & & \\ v_{n1} & v_{n2} & \dots & v_{nn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} & \dots & w_{1n} \\ w_{21} & w_{22} & \dots & w_{2n} \\ \dots & & & \\ w_{n1} & w_{n2} & \dots & w_{nn} \end{pmatrix}$$

$$W \cdot V$$
$$w_{ij} = \sum_k u_{ik} v_{kj}$$



# Линейный закон эволюции

- $|\Psi(t)\rangle = \exp(-i/\hbar H t) |\Psi(0)\rangle$
- $H$ - гамильтониан (оператор энергии).  $H=E_{\text{kin}}+V$
- Для одной частицы  $H=p^2/2m + V$ ,  $p=-i\hbar \text{grad}$
- Суммирование по всем  $n$ -звенным ломанным от  $j$  до  $i$ :

$$\lambda_i(nt) = \sum_{j, k_1, r_2, \dots, k_{n-1}} \lambda_j(0) u_{ik_{n-1}} \dots u_{k_2 k_1} u_{k_1 j}$$

- Это – закон матричного умножения. Что он даст, если устремить зерно  $dx$  к пределу?

# Линейный закон эволюции

Сумма по  $j$  перейдет в

$$\Psi(y, t) = \int_R K(y, x, t) \Psi(x, t) dx$$

Суммирование по ломанным даст

$$K(y, x, t) = \int_{\gamma: x \rightarrow y} \exp\left(\frac{i}{\hbar} S[\gamma]\right) \mathcal{D}\gamma \quad (1.30)$$

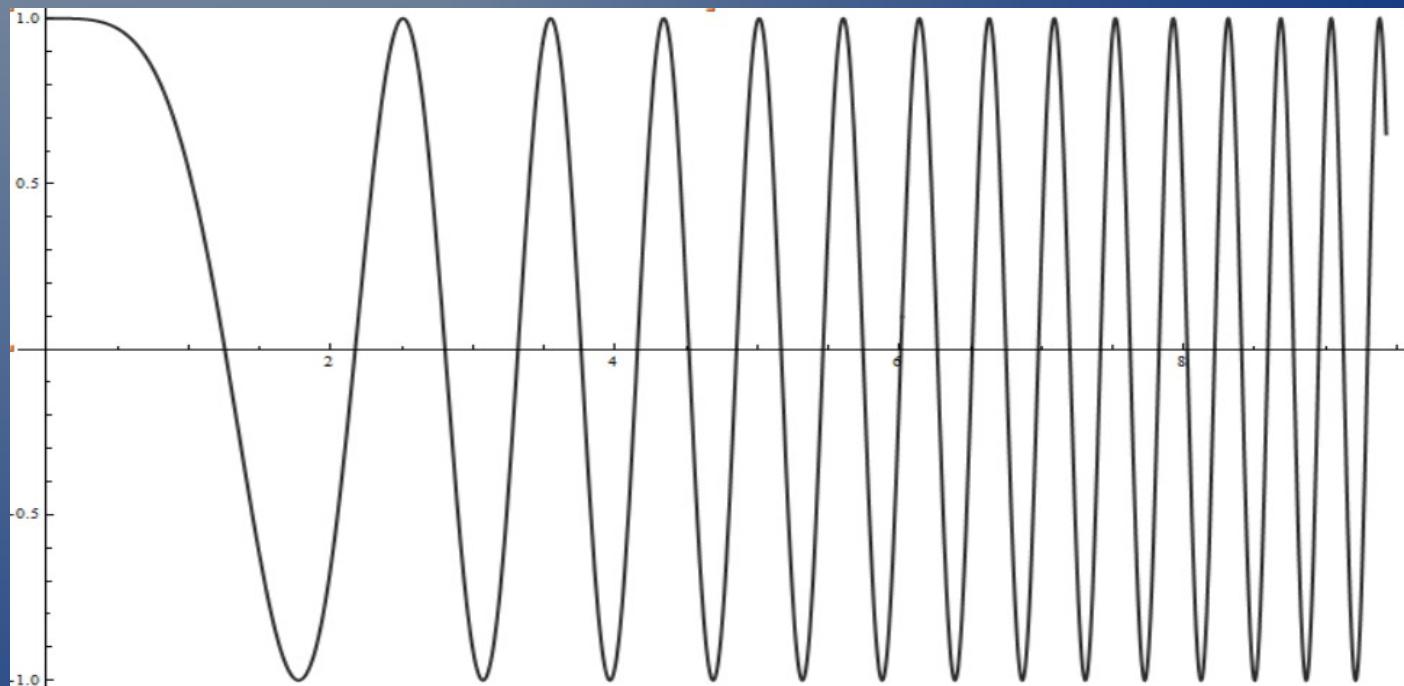
где  $S[\gamma]$  - действие вдоль траектории  $\gamma$ , которое вычисляется по формуле  $S[\gamma] = \int_0^T L(\dot{x}, x, t) dt$ , где  $L(\dot{x}, x, t) = E_{kin} - V$  - лагранжиан, равный разности кинетической и потенциальной энергии частицы, движущейся из точки  $x(0) = x$  в точку  $x(T) = y$ . Эта функция  $K(y, x, t)$  называется ядром Фейнмана, а интеграл (1.30) - фейнмановским интергалом по траекториям.

# Линейный закон эволюции

Ядро для свободной частицы:

$$C \cdot \exp(-im(x - x_0)^2/2\hbar t)$$

Его вещественная часть (от  $x-x_0$ ,  $t=\text{const}$ ):



Что в точности соответствует волнам де Бройля

$$\Psi(r, t) = C \exp\left(\frac{i}{\hbar}rp - \frac{i}{\hbar}Et\right)$$

# Линейный закон эволюции

Сумма по  $j$  перейдет в

$$\Psi(y, t) = \int_R K(y, x, t) \Psi(x, t) dx$$

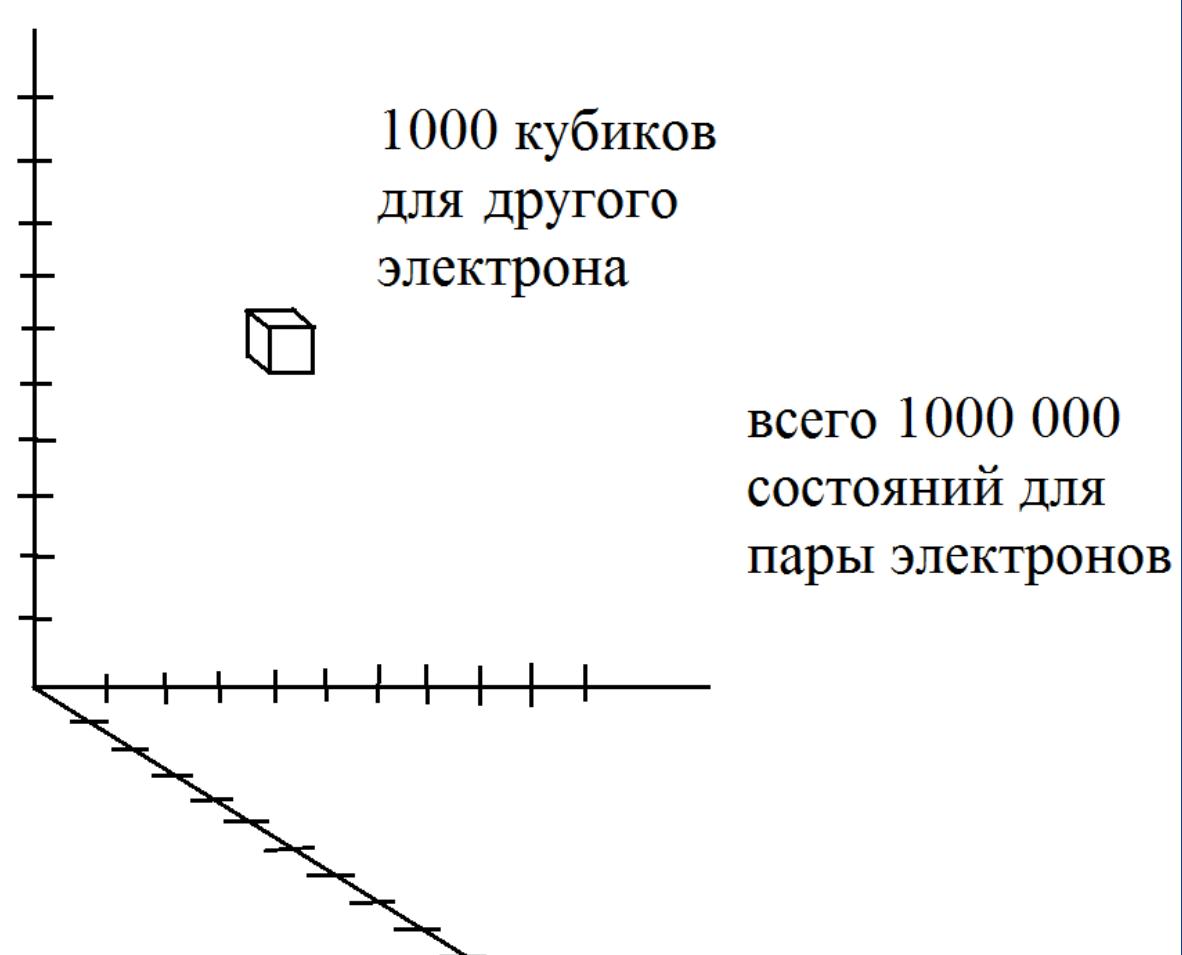
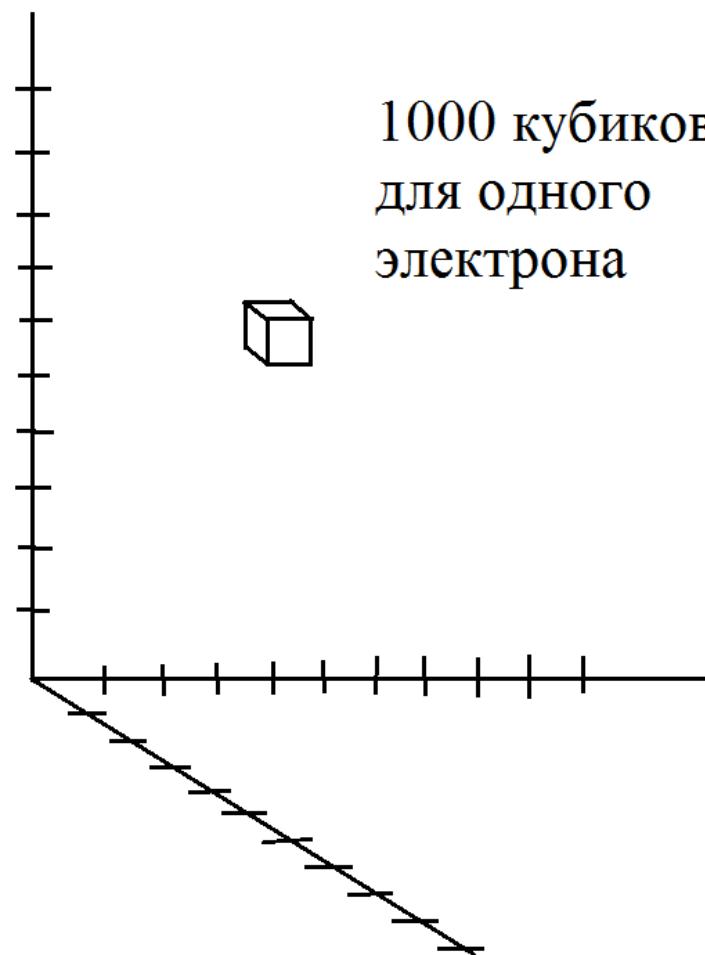
Суммирование по ломанным даст

$$K(y, x, t) = \int_{\gamma: x \rightarrow y} \exp\left(\frac{i}{\hbar} S[\gamma]\right) \mathcal{D}\gamma \quad (1.30)$$

где  $S[\gamma]$  - действие вдоль траектории  $\gamma$ , которое вычисляется по формуле  $S[\gamma] = \int_0^T L(\dot{x}, x, t) dt$ , где  $L(\dot{x}, x, t) = E_{kin} - V$  - лагранжиан, равный разности кинетической и потенциальной энергии частицы, движущейся из точки  $x(0) = x$  в точку  $x(T) = y$ . Эта функция  $K(y, x, t)$  называется ядром Фейнмана, а интеграл (1.30) - фейнмановским интергалом по траекториям.

# Что будет, если частиц много?

- Размерность пространства состояний будет расти как экспонента от числа частиц



# Почему целое не есть сумма частей

- Если учитывать только состояния отдельных частиц, то экспоненты не будет.
- Но не будет и главного квантового явления: запутанных состояний!
- Запутанность состояния  $\Psi$  двух частиц означает, что  $\Psi$  нельзя представить как произведение состояний первой и второй частиц:  $\Psi = \Psi_1 \Psi_2$ . Например, пусть каждая частица может находиться только в двух точках: 0 (состояние  $|0\rangle$ ) и 1 (состояние  $|1\rangle$ ).

Тогда состояния вида  $|00\rangle$  или вида  $|11\rangle$  или вида

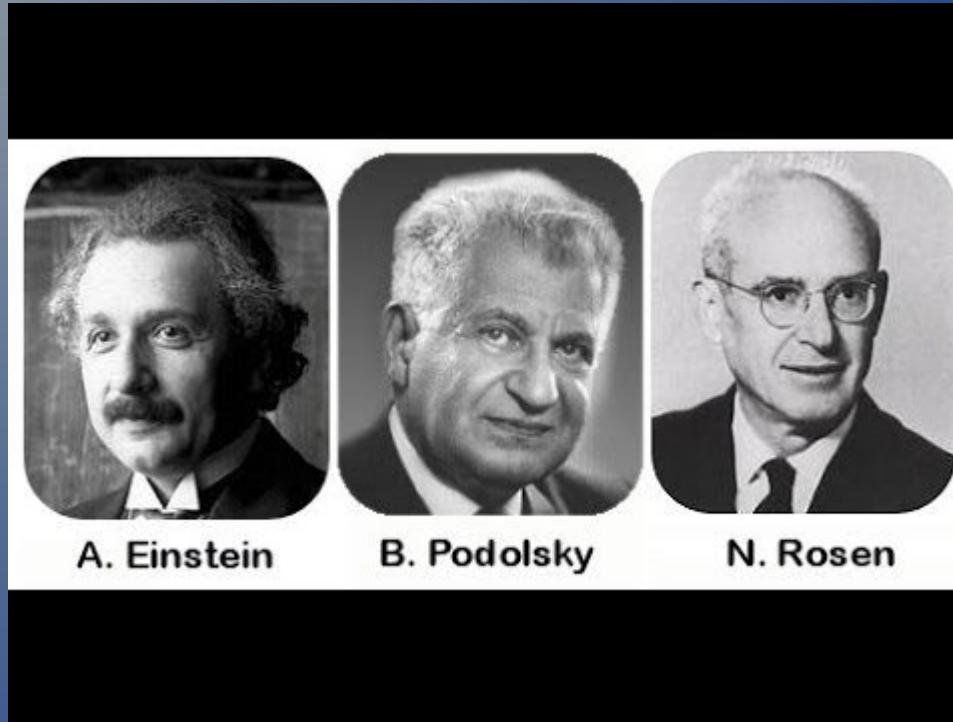
$(|00\rangle + |01\rangle + |10\rangle + |11\rangle)/\sqrt{2}$  будут не запутанными, потому что они раскладываются в произведение одно-частичных (например, последнее есть  $(|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2} (|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2}$  ).

- А состояние  $(|00\rangle + |11\rangle)/\sqrt{2}$  - будет запутанным!

# Квантовая запутанность – особый физический феномен

- Его регистрируют в экспериментах
- Запутанность означает корреляцию в поведении нескольких частиц, зависящую от их окружения.
- Частицы, находящиеся за сотни километров друг от друга, могут быть в запутанном состоянии.
- Запутанность невозможно воспроизвести, снабжая частицы внутренней памятью.
- Запутанность означает наличие внутренней связи между удаленными объектами, которая обладает практически мгновенным действием. Ее невозможно воспроизвести в рамках классической физики.
- Запутанность означает нелокальность мира.
- Мы не можем использовать запутанность для передачи задуманной нами информации со сверхсветовой скоростью. Природа удивительным образом согласована!

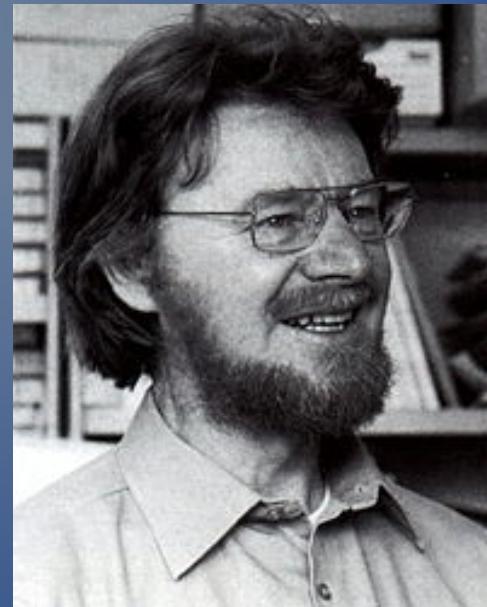
# ЭПР - парадокс



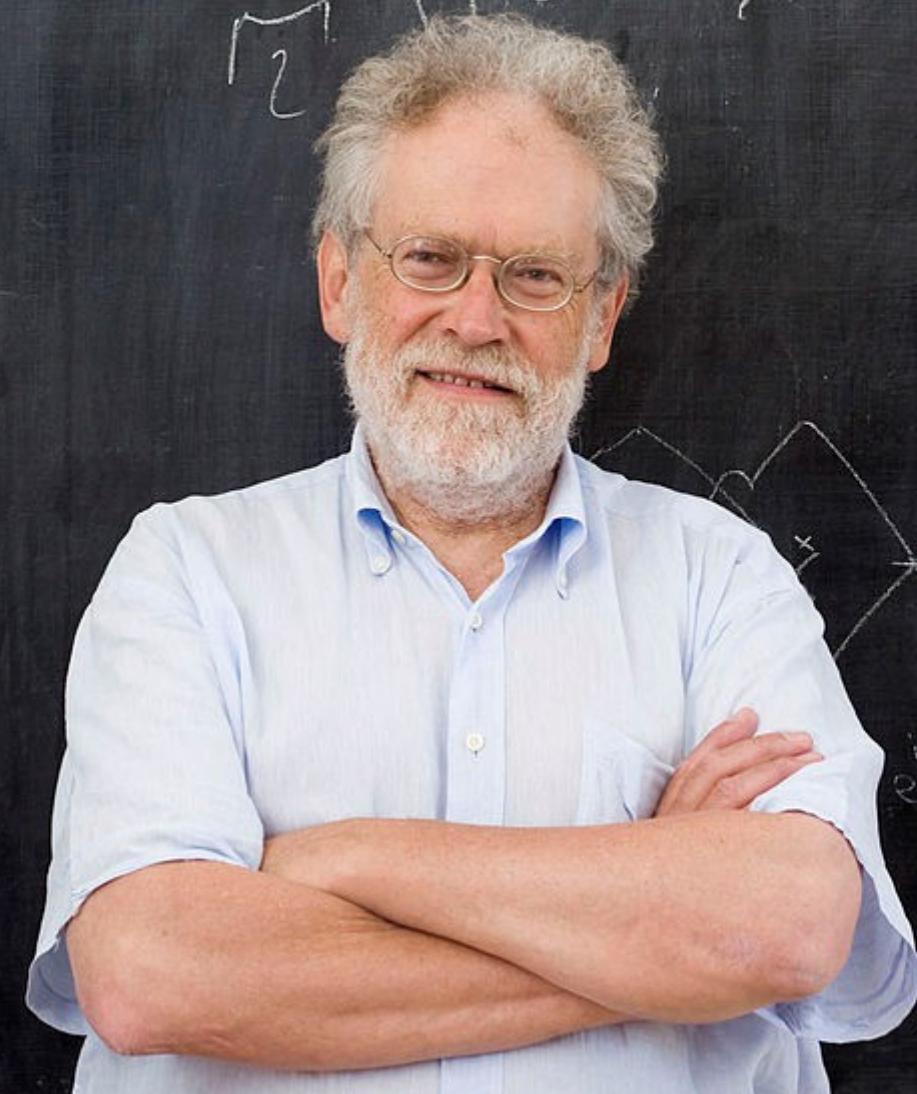
- В состоянии  $(|00\rangle + |11\rangle)/\sqrt{2}$

частицы не обладают отдельными друг от друга состояниями: у них есть только одно – общее.

# Эксперимент Белла, доказывающий квантовую нелокальность



# Anton Zeilinger



$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|1000\rangle + |1111\rangle)$$

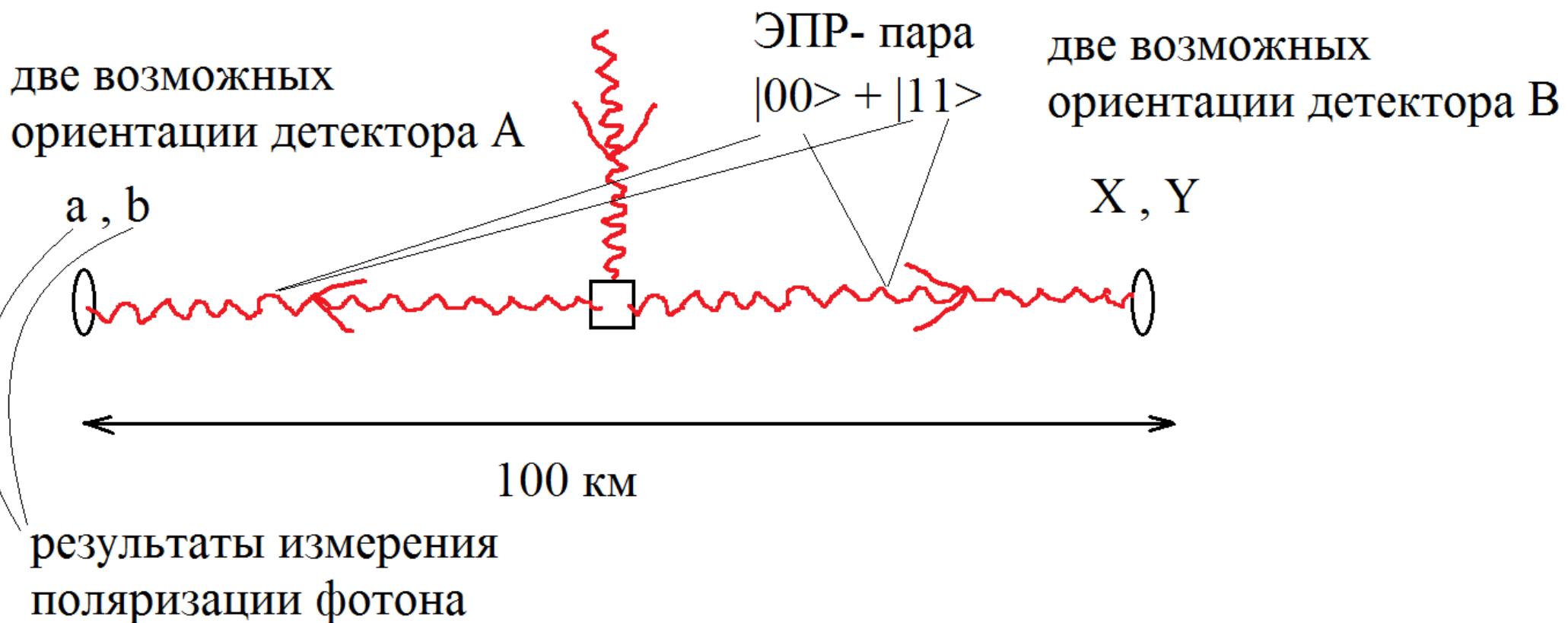
$$|10\rangle$$

$$\sum \alpha_i |1i\rangle$$

# Alain Aspect



# Квантовая нелокальность



- Выбор Алисы
- $a = \sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
- $b = \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
- Выбор Боба
- $X = (\sigma_x + \sigma_z) / \sqrt{2}$
- $Y = (\sigma_x - \sigma_z) / \sqrt{2}$

# Регистрация нелокальности

- Среднее значение величины

$aX + bX + aY - bY$  не может быть больше 2 (неравенство Белла),  
потому что эта величина есть

$$X(a+b) + Y(a-b) \text{ и одна из скобок} = 0$$

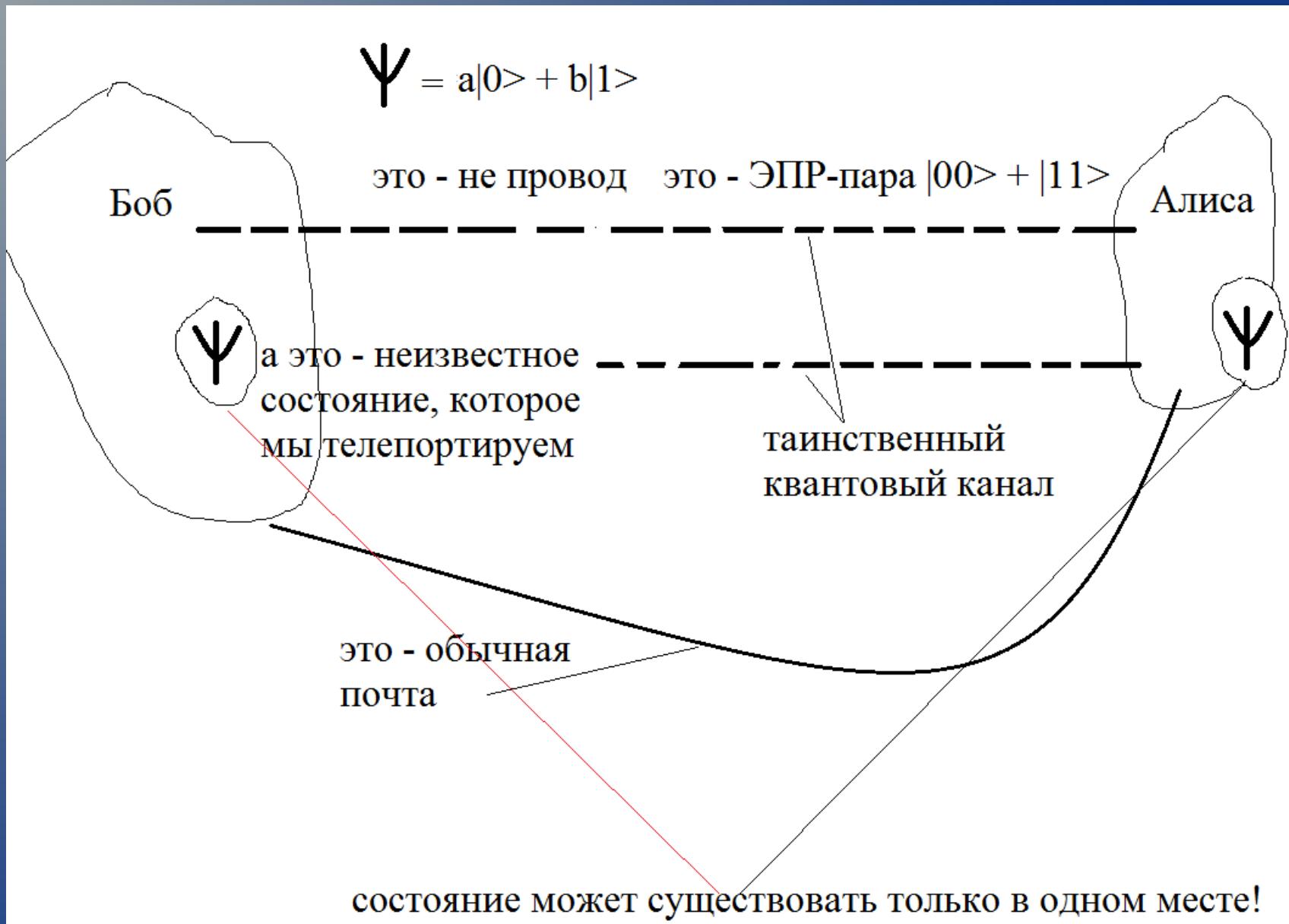
$$(X, Y, a \text{ и } b = +\text{-}1).$$

- Ее измерение дает  $2\sqrt{2}$  в точном соответствии с квантовым расчетом!
- Вывод: величина в действительности есть

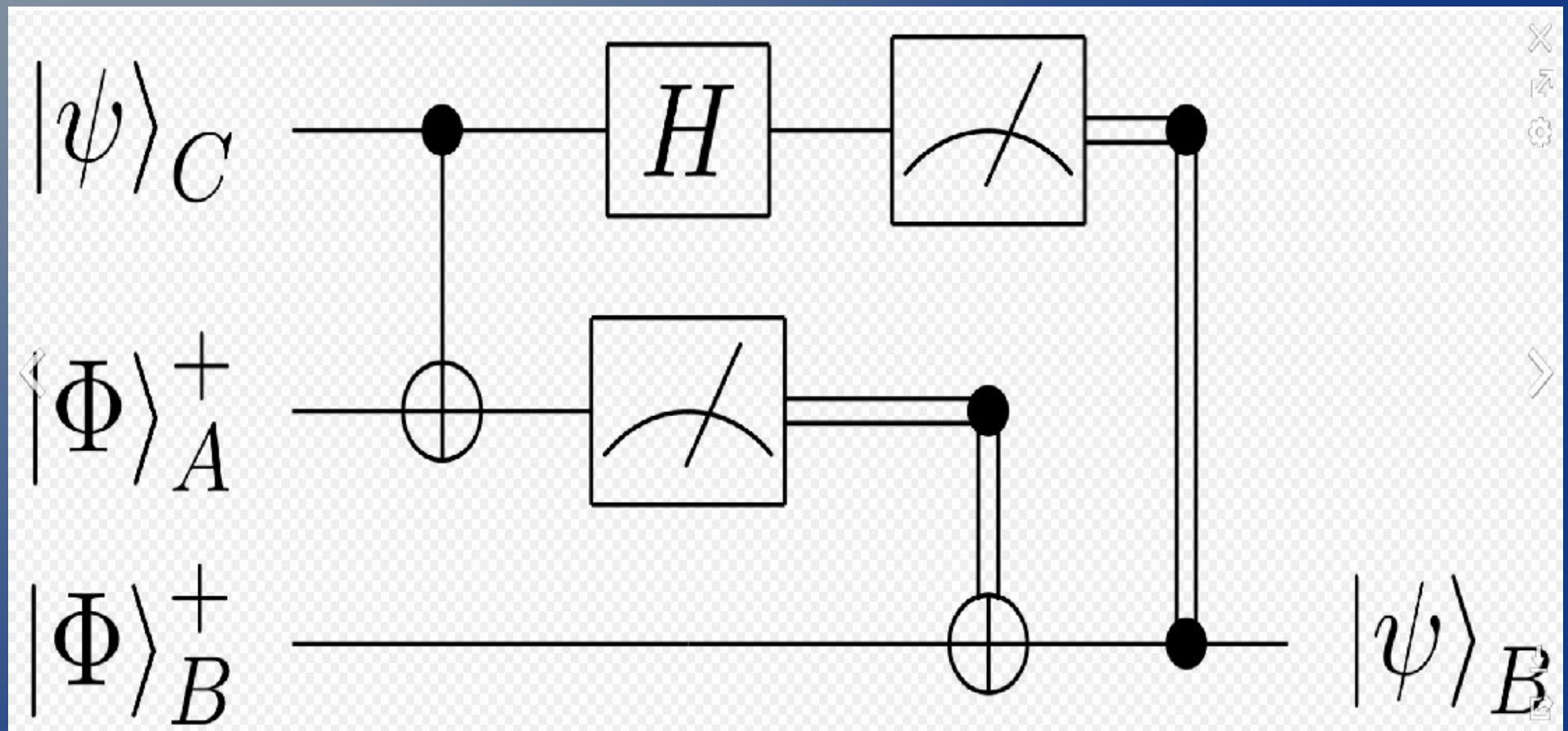
$$aX + bX + a'Y - b'Y$$

детектор A (или фотон ?) как-то "узнает" об ориентации детектора B!

- Это "узнавание" происходит мгновенно, а не распространяется со скоростью света, как фотон!



# Телепортация



$$\begin{aligned}
 & (O_A O_B + I_A I_B) (\lambda O_C + M I_C) = \\
 &= \lambda 000 + \lambda 110 + M 001 + M 111 \xrightarrow{\text{CNOT}} \\
 &\rightarrow \lambda 000 + \lambda 110 + M 101 + M 011 \xrightarrow{H_C} \\
 &\rightarrow \lambda 00(0+1) + \lambda 11(0+1) + M 10(0-1) + M 01(0-1) \\
 &= \underbrace{\lambda 000}_{O_A O_C} + \underbrace{\lambda 001 + \lambda 110 + \lambda 111 + M 100 - M 011}_{O_A I_C} + \underbrace{M 101 + M 010}_{O_A O_C}
 \end{aligned}$$

# Телепортация между островами в Атлантике



# Recent result

- Entanglement at room temperature



Science 2 December 2011:  
Vol. 334 no. 6060 pp. 1253-1256  
DOI: 10.1126/science.1211914

[« Prev](#) | [Table of Contents](#) | [Next »](#)

 [Read Full Text to Comment \(0\)](#)

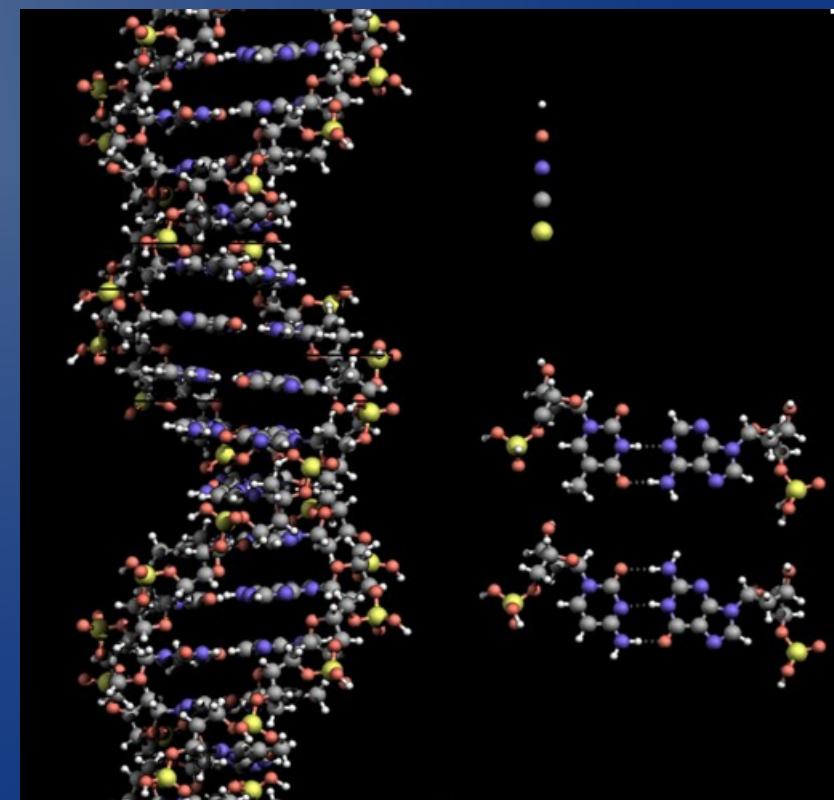
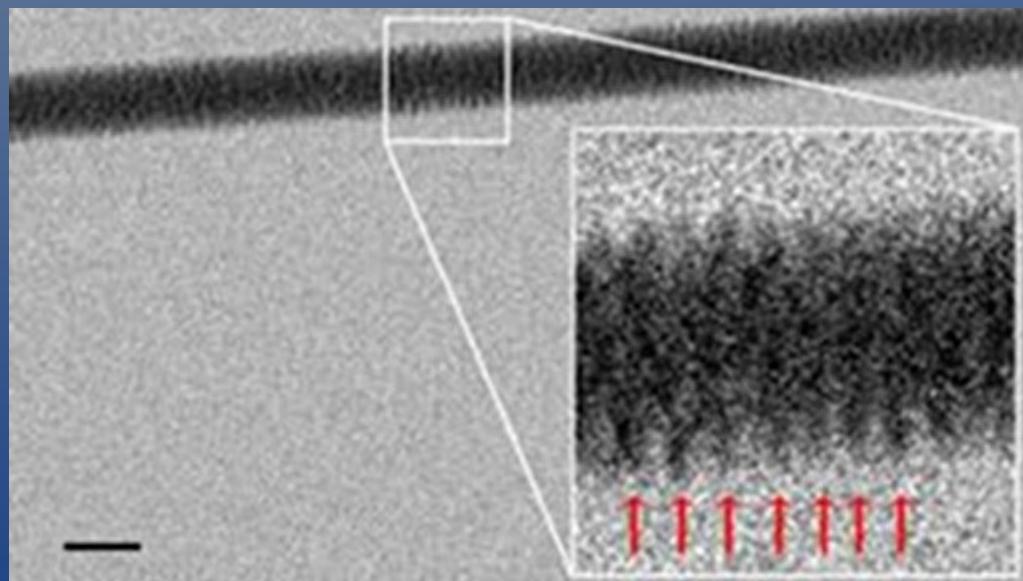
REPORT

## Entangling Macroscopic Diamonds at Room Temperature

K. C. Lee<sup>1,\*</sup>, M. R. Sprague<sup>1,\*</sup>, B. J. Sussman<sup>2</sup>, J. Nunn<sup>1</sup>, N. K. Langford<sup>1</sup>, X.-M. Jin<sup>1,3</sup>, T. Champion<sup>1</sup>, P. Michelberger<sup>1</sup>, K. F. Reim<sup>1</sup>, D. England<sup>1</sup>, D. Jaksch<sup>1,3</sup>, I. A. Walmsley<sup>1,†</sup>

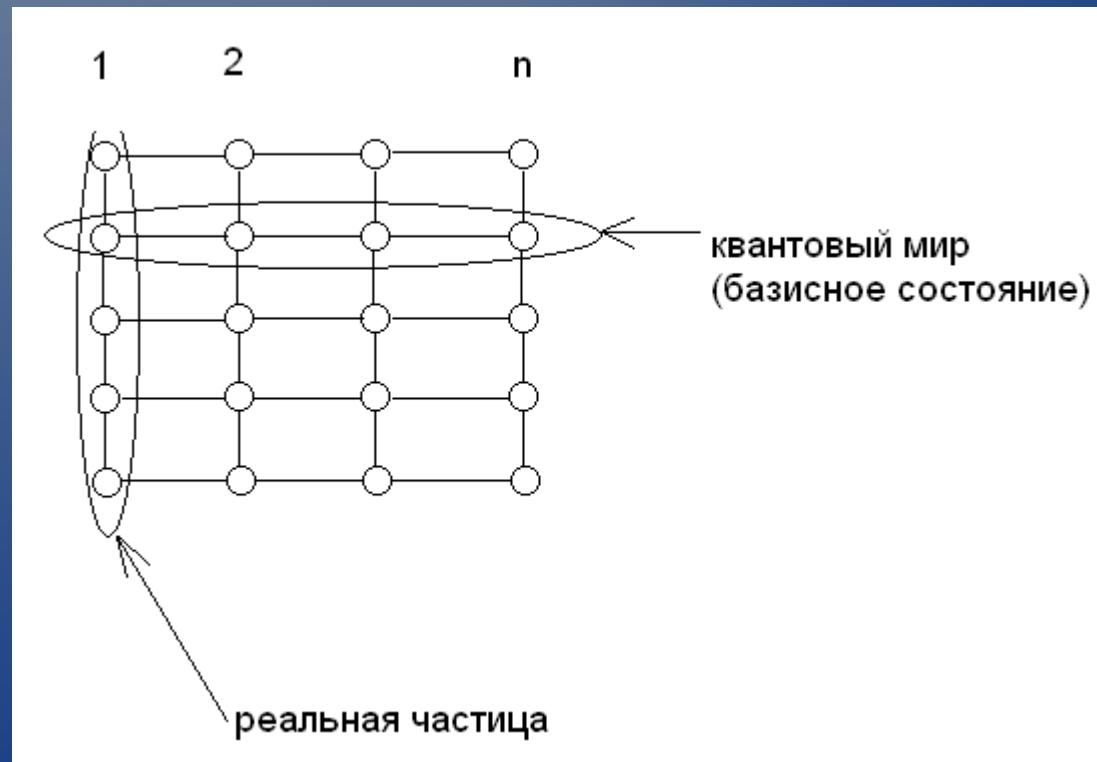
# Гильбертово пространство квантовых состояний – физическая реальность!

- Никакой классический компьютер не сможет оперировать с такими состояниями.
- Экспоненциальный рост требуемых вычислительных ресурсов – непреодолимое препятствие для классических вычислений.



# Великий закон Природы для сложных систем: как его применять?

- Реальная частица = система многих частиц
- Рой экземпляров = всевозможные пространственные расположения системы



# Принцип интерференции: как его применять практически?

- Критически важно изолировать систему от окружения.
- Но как тогда ей управлять?
- Контакт с окружением не должен приводить к включению окружения в рассматриваемую систему!

# В сложной системе интерференция миров невероятна



# Упорядоченность системы ведет к повышению вероятности встречи миров



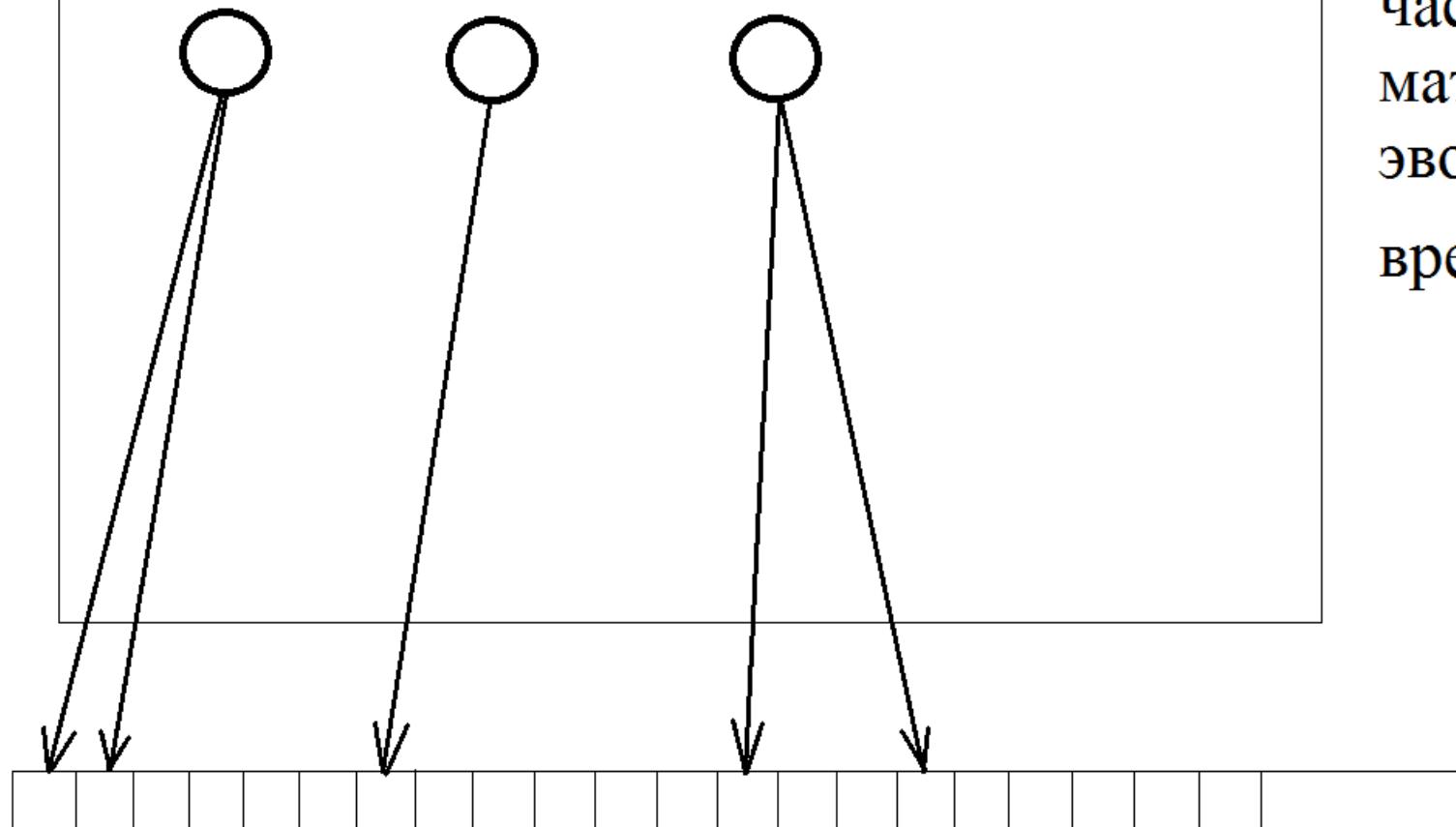


# Надо создать квантовый компьютер!

- Запутанные состояния реальны, их нельзя игнорировать.
- Надо моделировать полную  $\Psi$  – функцию всей системы  $n$  частиц.
- Для этого не хватит памяти никакого суперкомпьютера.
- Заставим работать саму квантовую механику!
- Создадим квантовый компьютер: квантовое устройство под классическим управлением (Р.Фейнман)

# Схема квантового компьютера

управляющие классические регистры



Классическая  
часть (задает  
матрицу  
эволюции во  
времени  $U_{ij}$ )

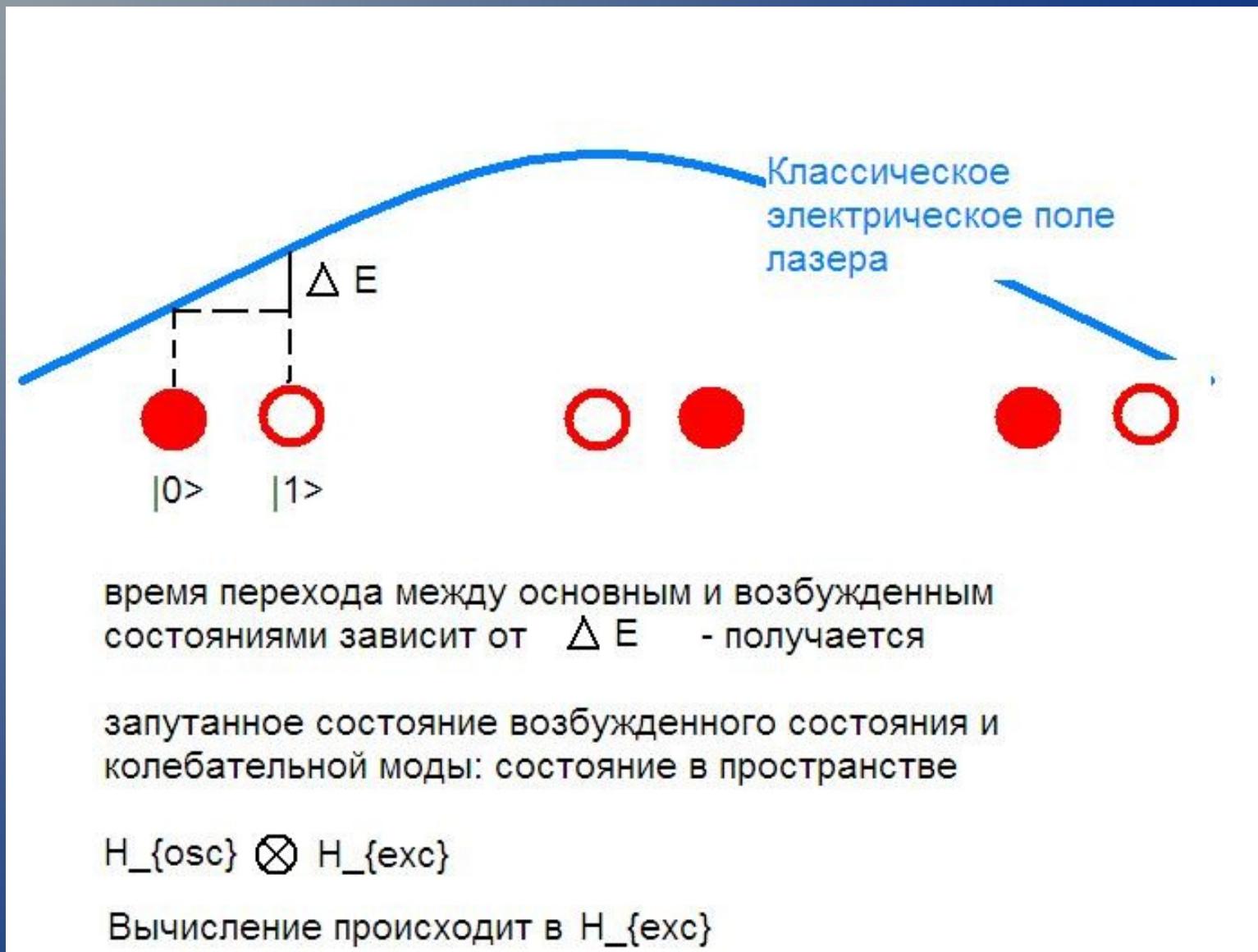
Квантовая часть - рабочее состояние

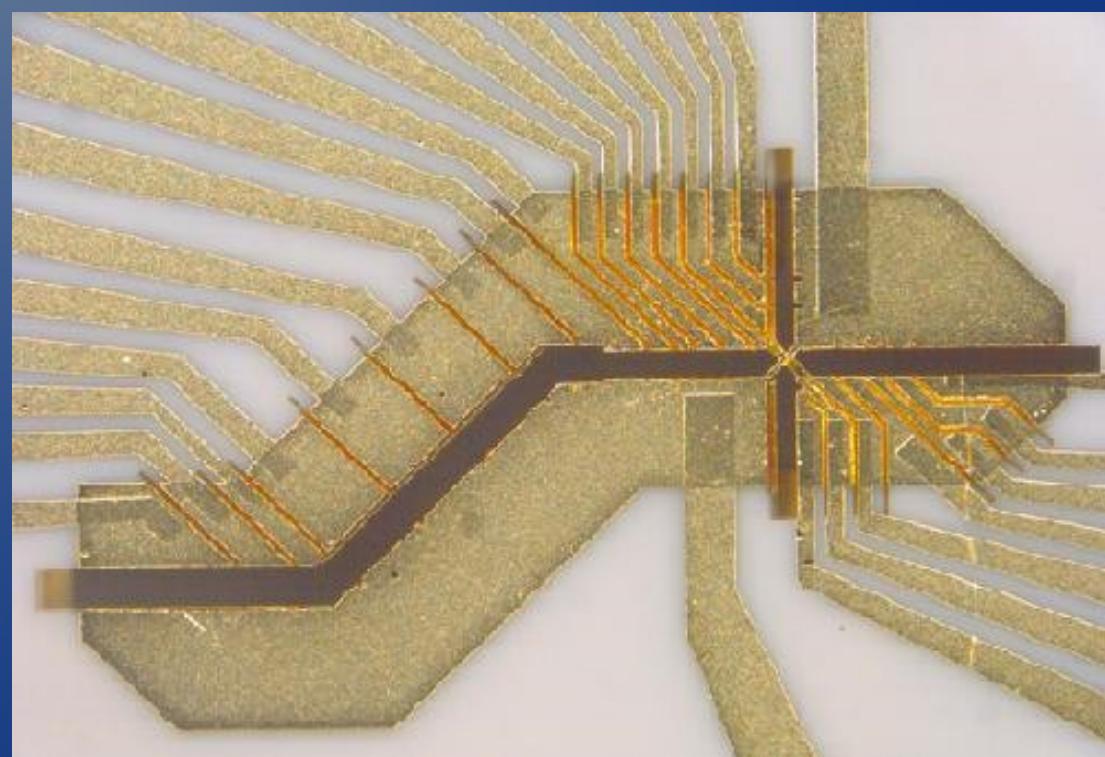
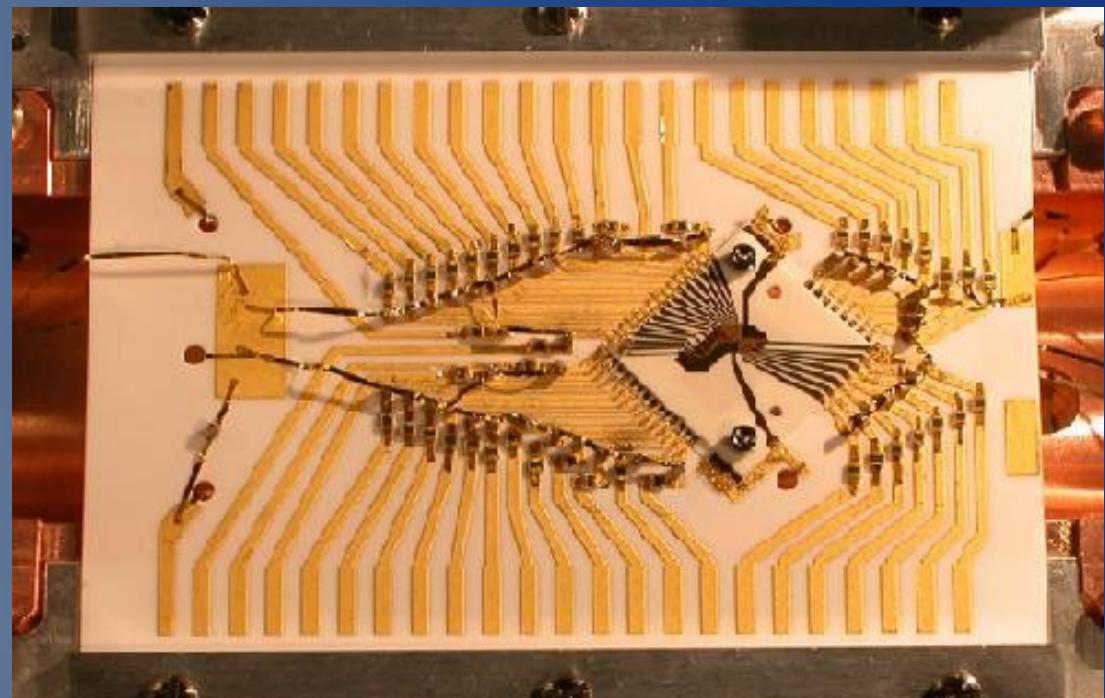


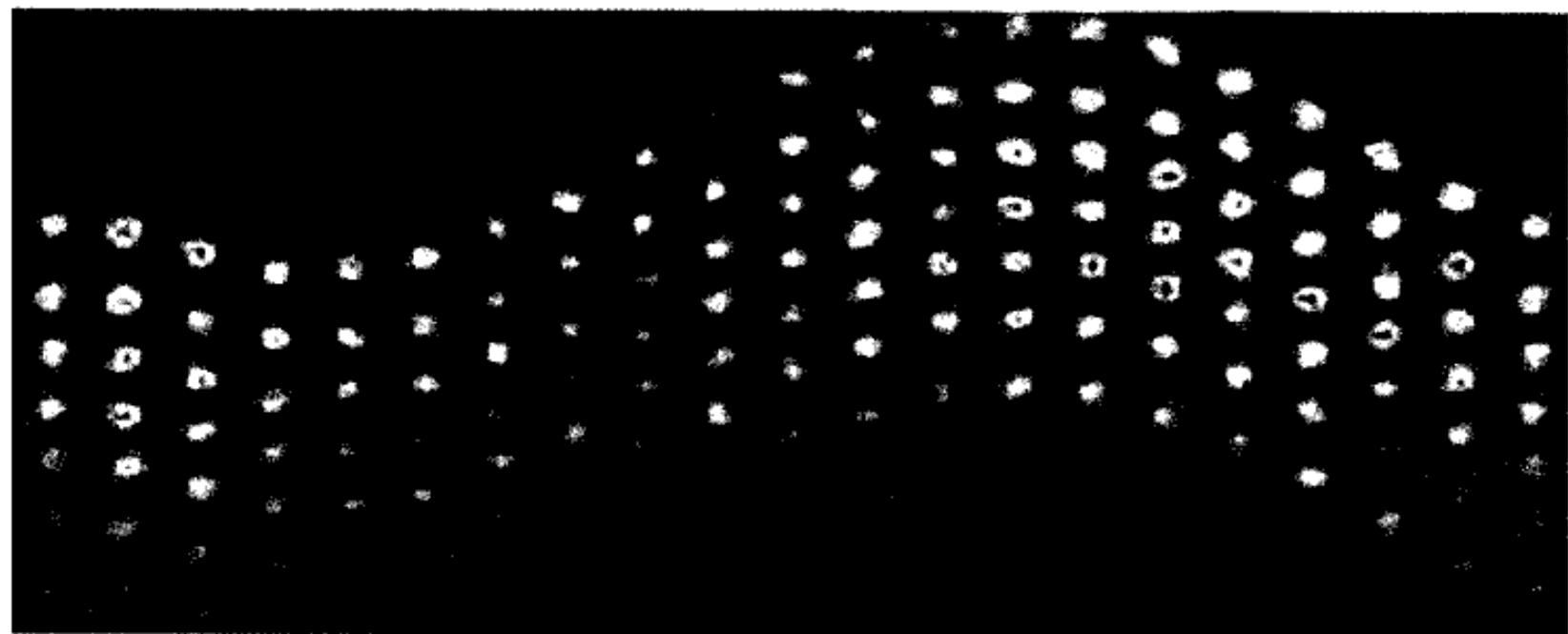
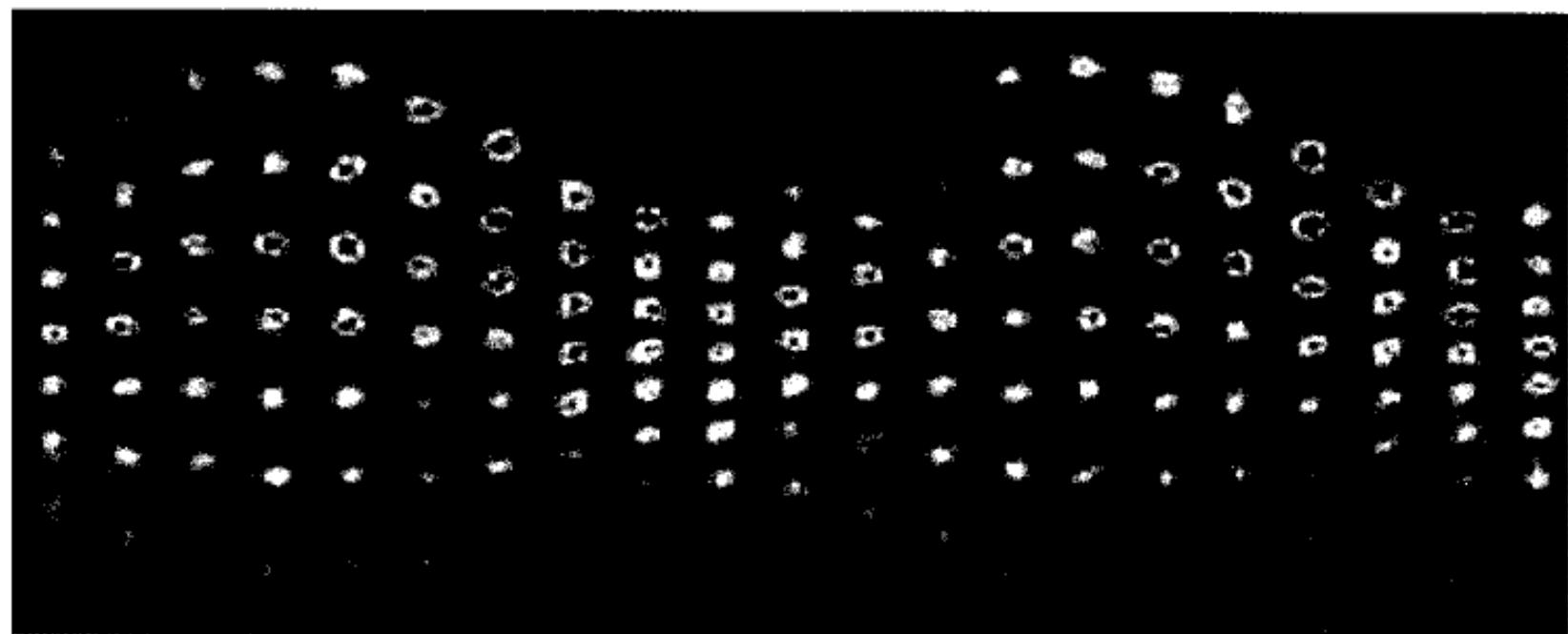
# Технологии квантового компьютера

- Ионы в ловушке Пауля
- Сверхпроводящие джозефсоновские переходы
- ЯМР в жидкости и твердом теле
- Электронные спины примесных атомов в полупроводниках
- Состояния отдельных фотонов фиксированной моды

- Квантовый компьютер на ионах в ловушке Пауля

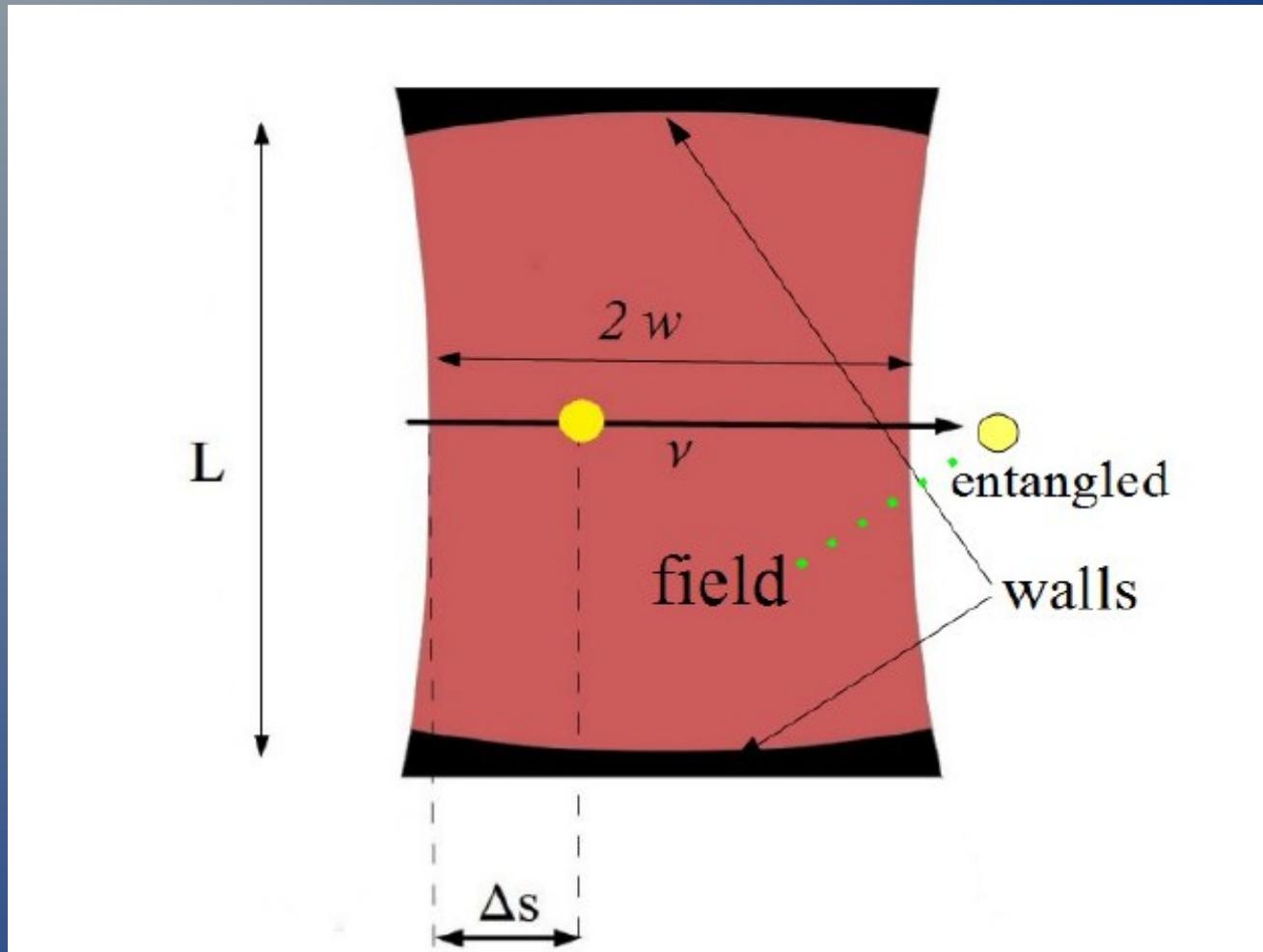






Нелинейный фазовый сдвиг фотонных состояний в оптической полости:

$$|0\rangle \rightarrow |0\rangle, |1\rangle \rightarrow |1\rangle, |2\rangle \rightarrow -|2\rangle$$



$$H_{JC} = \omega_c a^\dagger a + \omega_a \sigma_z / 2 + \gamma (\sigma^+ a + \sigma a^+)$$

# C-Sign гейт на фотонных состояниях:

$$|x,y\rangle \rightarrow (-1)^{xy} \{ |x,y\rangle$$

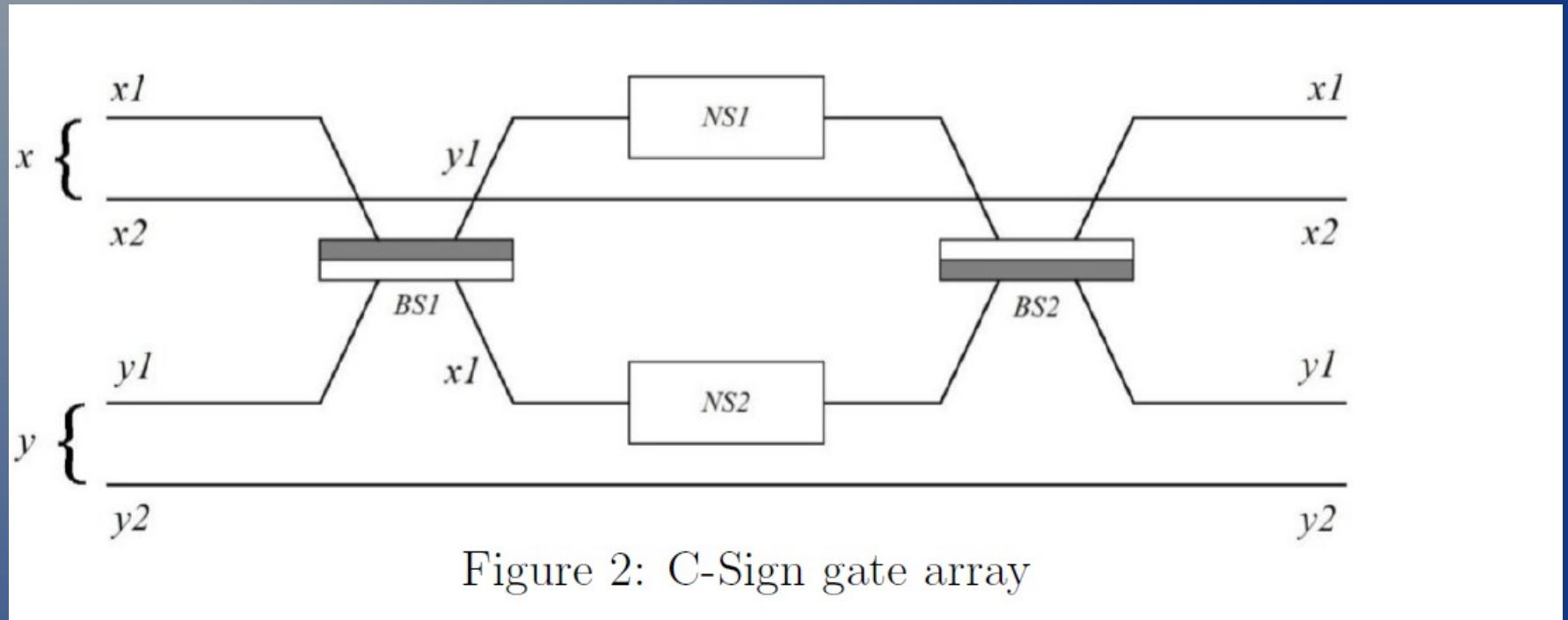


Figure 2: C-Sign gate array

$$\begin{aligned} |n\rangle_{a_1}|m\rangle_{a_1} &= \frac{1}{\sqrt{n!m!}}(a_1^+)^n(a_2^+)^m|0\rangle_{a_1}|0\rangle_{a_2} \longrightarrow \\ &\longrightarrow \frac{1}{\sqrt{n!m!}}[\frac{1}{\sqrt{2}}(a_1^+ + a_2^+)]^n[\frac{1}{\sqrt{2}}(a_1^+ - a_2^+)]^m|0\rangle_{a_1}|0\rangle_{a_2} \end{aligned}$$

# Почему целое не есть сумма частей

- Почему нельзя просто хранить в памяти компьютера состояние всех атомов живого существа, ведь суперкомпьютеры скоро позволят это сделать, тем более, что хранить в памяти надо далеко не все. *Escherechia Coli* состоит из не более чем нескольких триллионов ( $10^{12}$ ) а человек из  $10^{29}$  атомов?
- А запутанные состояния – тоже хранить отдельно, как редкие феномены?
- И тогда – мы обретем полную власть над живым! Вместе со всей его свободой воли!
- Слишком просто, чтобы быть правдой...

# Почему целое не есть сумма частей

- Состояние коллектива не есть просто набор состояний его членов, потому что есть квантовые запутанные состояния.

$|00\rangle + |11\rangle$  или  $|001\rangle + |010\rangle + |100\rangle$  или другие, более сложные.

- Если учитывать все квантовые состояния, не хватит никакого суперкомпьютера: большинство состояний - запутанные.
- Мы претендуем на описание живого?

Может ли оно находиться в суперпозиции?

- Наблюдатель не может находиться в суперпозиции!

# Квантовое состояние удивительно напоминает живое существо

- Не существует способа клонирования произвольного квантового состояния  $\Psi$
- Есть схема, позволяющая передавать на расстояние состояние  $\Psi$ , не узнавая его. Это – телепортация.
- Чтобы у Алисы возникло состояние  $\Psi$ , оно должно быть уничтожено Бобом в результате измерения.

# Сложные системы требуют иной математики

- Мы не сможем набрать статистики для квантовых состояний многих тел в общем случае. Как ставить эксперименты?
- Из того, что сейчас известно, лучше всего подходят алгоритмы, но не формулы
- Алгоритмизм предполагает индивидуальное написание кода программы; могу ли я считать чужой код своим, так же, как математическую формулу?

# Что мы умеем моделировать

- Простейшие химические реакции
- Химические реакции посложнее
  - с небольшой точностью

# Квантовый компьютер как реальное устройство

- Нам не удастся получить власть над Природой, строя классические алгоритмические модели, потому что возможны процессы, не укладывающиеся в них.
- Эти процессы – быстрые квантовые алгоритмы.
- Их уникальность доказана только для моделей с "черным ящиком"; в абсолютной модели вычислений все сводится к нерешенным проблемам, типа  $P = NP$  (?).

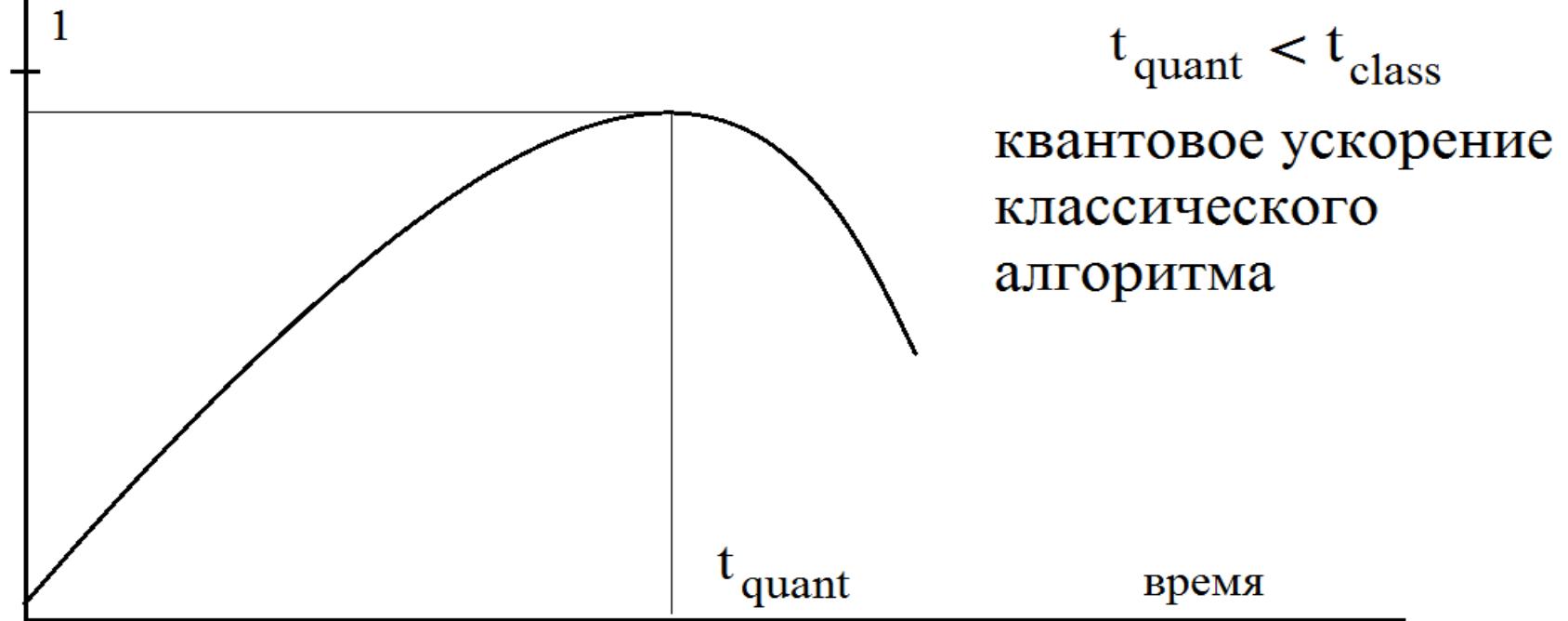
Квантовый компьютер работает в голове  
каждого из нас, надо только понять, как!  
(К.А.Валиев)



# Что такое быстрый квантовый алгоритм

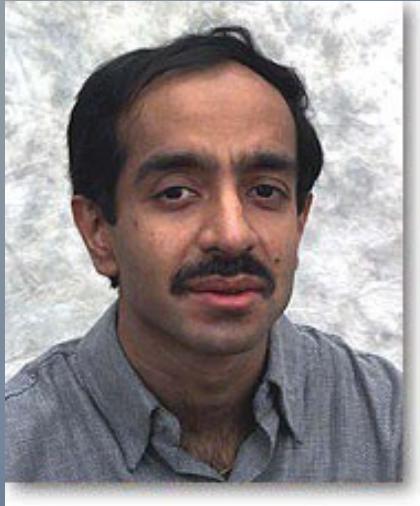
вероятность получить нужное базисное состояние после измерения пси-функции

$\Psi(t)$  - состояние квантовой части компьютера



# П. Шор





# Алгоритм Гровера

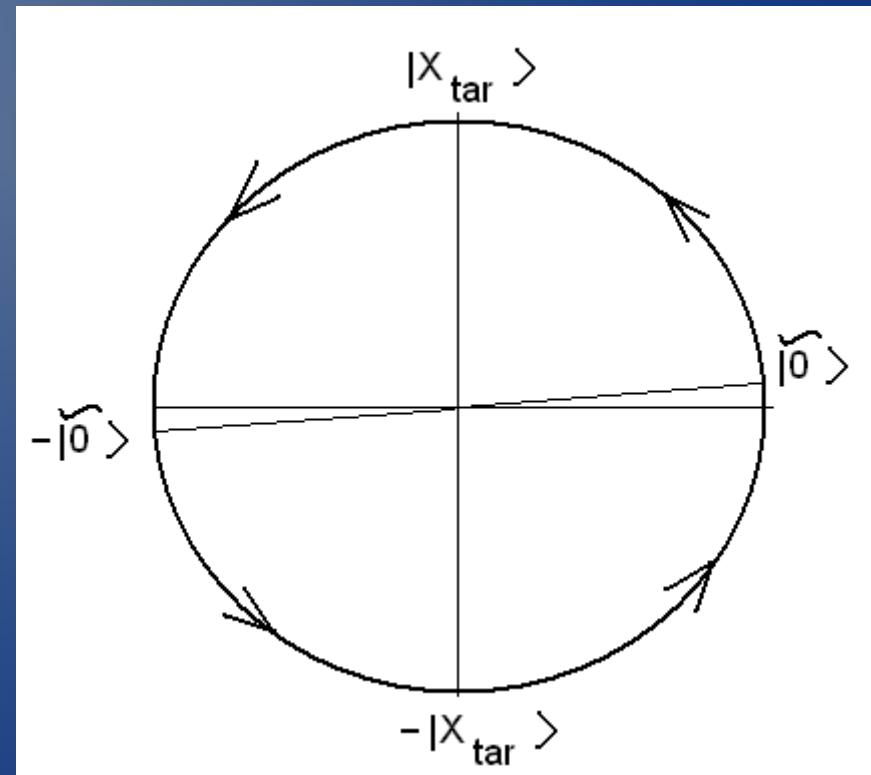
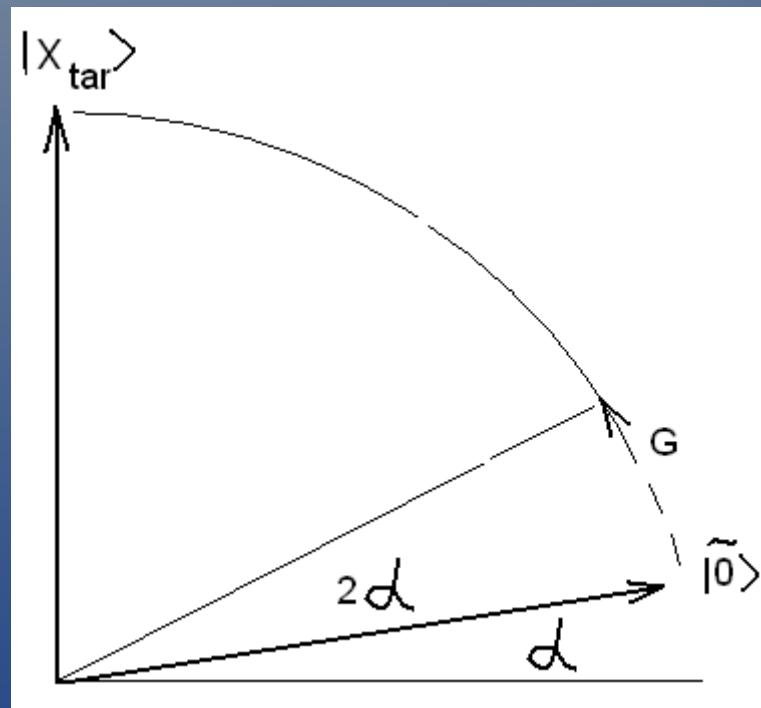
ГSA (Grover search algorithm) предназначен для поиска корней уравнения  $f(x)=1$  булевой функции  $f$  от  $n$  переменных . Он имеет сложность

$\frac{\pi}{4} 2^{n/2}$  - корень из классического времени

Функция  $f$  может быть задана в виде схемы классических вентилей.

# GSA (схема)

- $|\tilde{0}\rangle$  - состояние, у которого амплитуда распределена равномерно по всем базисным состояниям



# Рост амплитуды целевого состояния за счет всех других



# Возможная граница производительности квантового компьютера

- Квантовое ядро состояния: его наибольшая неразложимая тензорная компонента.  $K$  – размерность ядра.
- Квант амплитуды  $q$ : любая амплитуда имеет вид  $qs$ , где  $s$  – натуральное.
- Соотношение неопределенностей:

<< сложность состояния – точность его квантового описания>>

- $K / q = Q$ ,
- где  $Q$  – неизвестная константа, размерности, обратной размерности волнового вектора.
- Эксперименты по квантовому компьютеру фактически определяют значение  $Q$ .

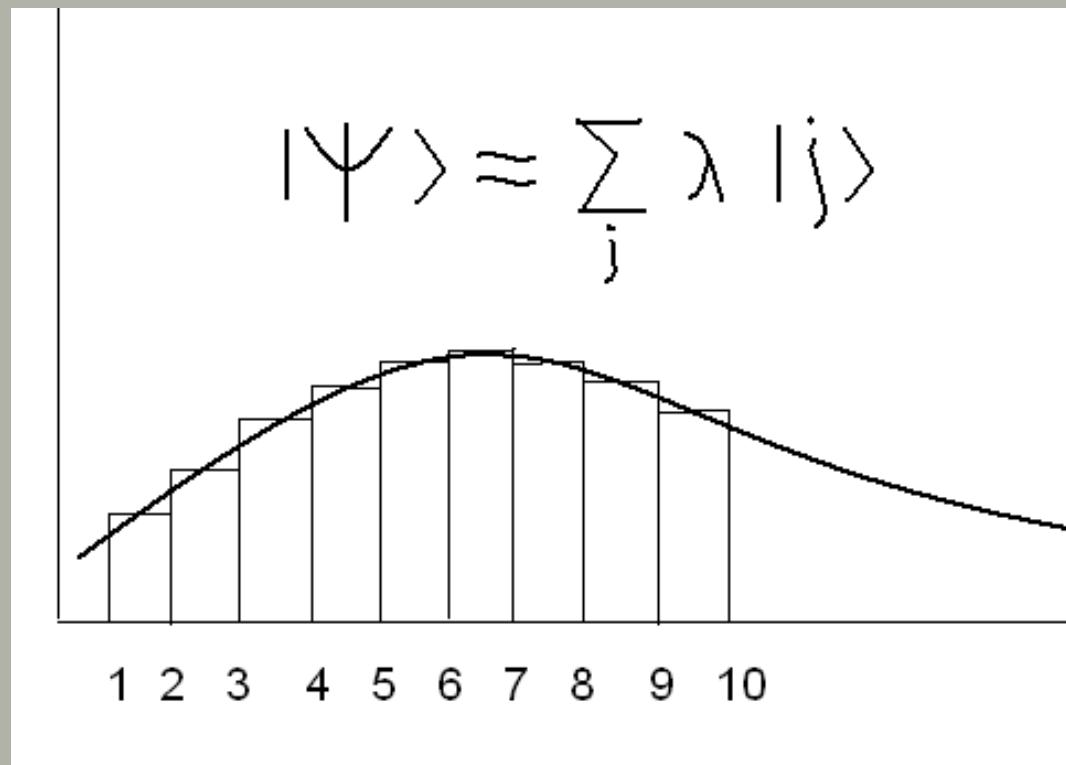
# Быстрые квантовые алгоритмы

- Разложение чисел на простые множители  
(П.Шор, 1994)
- Задача перебора (Л.Гровер, 1996)
- Моделирование эволюции состояния квантовой системы (К.Залка, С.Визнер, 1999)

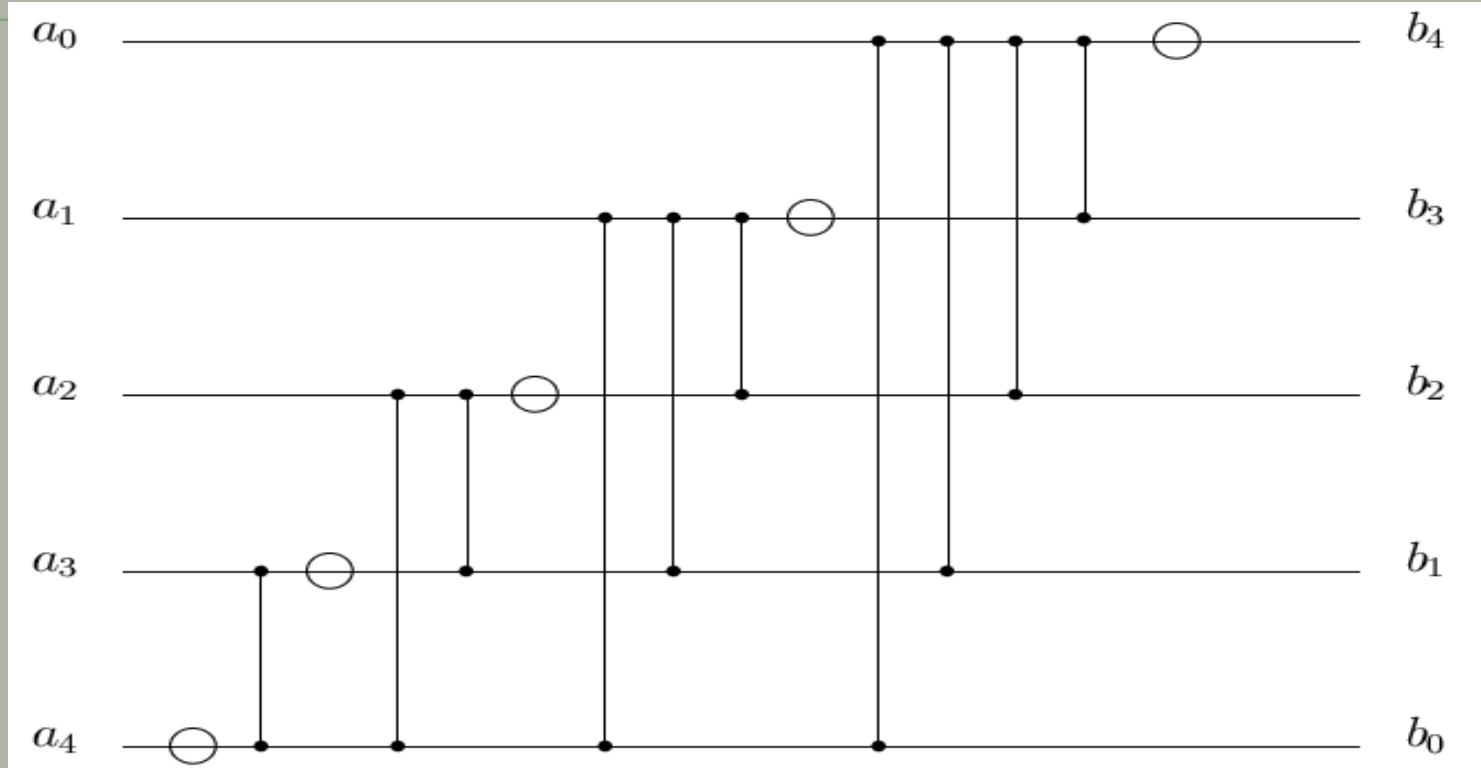
# Квантовое преобразование Фурье

$$\text{QFT} : |a\rangle \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{b=0}^{N-1} e^{-\frac{2\pi i}{N} ab} |b\rangle, \quad \text{QFT}^{-1} : |a\rangle \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{b=0}^{N-1} e^{\frac{2\pi i}{N} ab} |b\rangle$$

QFT – кубитовое приближение непрерывного преобразования Фурье.



# Реализация QFT -1



$$U_{k,j} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{i\pi/2^{k-j}} \end{pmatrix}, \quad k > j.$$

# Краткая схема алгоритма Шора

- Как разложить число  $q$  на простые.
- 1. Выбрать произвольно  $y$ , и рассмотреть уравнение  $y^r \equiv 1 \pmod{q}$  – это поиск мультипликационного периода  $y$ . С неисчезающей вероятностью он окажется четным  $r=2k$ , и тогда можно разложить  $y^{\{2k\}-1} = \{y^k-1\}(y^{k+1})$ , так что один из сомножителей будет делить  $q$ . Тем самым задача свелась к поиску  $r$ .
- 2. Выбрать число кубитов  $n$ :  $2^{n-1} \leq q < 2^n$
- 3. Рассмотреть оператор  $U: U|x\rangle \longrightarrow |yx \pmod{q}\rangle$

дополненный тождественным на числах, больших  $q$ .

- Его собственные числа имеют вид  $\exp(2\pi ij/r)$

если их найти, найдем и  $r$ . Задача свелась к поиску собственных чисел заданного оператора

# Нахождение собственных чисел

- Построим реализацию оператора

$$U_{seq}|\Psi, \alpha\rangle = U^\alpha |\Psi\rangle |\alpha\rangle$$

Оператор  $QFT_2 U_{seq} QFT_2$ , примененный к состоянию  $|\Psi, 0\rangle$ , даст суперпозицию состояний вида  $|\phi_j, w_j\rangle$ , где  $w_j$ - бинарное разложение числа  $\lambda_j/N$ , где  $\lambda_j$  - собственное число  $U$ .

# Квантовый алгоритм – произведение искусства!

- Большинство классических алгоритмов не допускает квантового ускорения, большего чем гроверовское.
- Большинство коротких классических алгоритмов вообще не допускает квантового ускорения!
- Алгоритм Гровера нельзя улучшить ни для какого, хоть сколько-нибудь "весомого" класса "черных ящиков" f. Константу нельзя улучшить более чем на 3%.

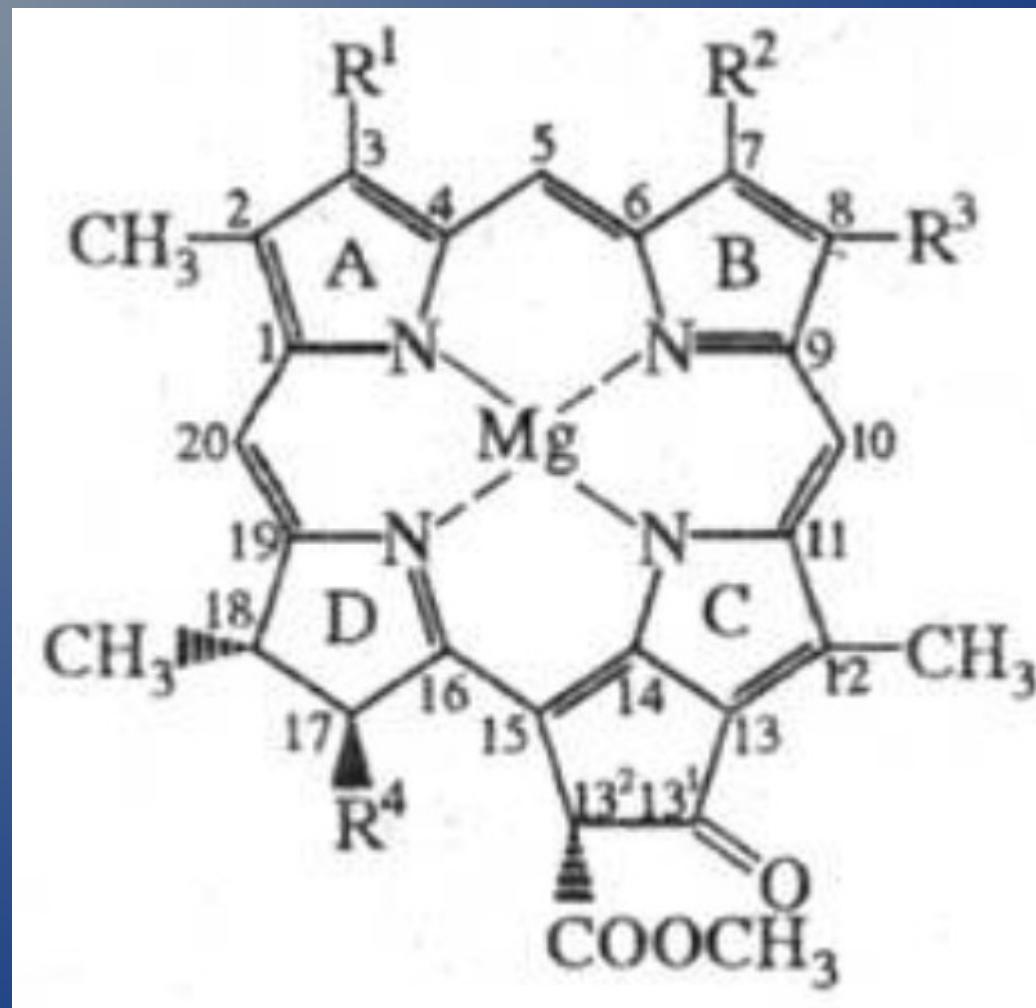
# Мистика GSA

- Преимущество GSA в отсутствии черного ящика не доказано! Дело сводится к нерешенной проблеме  $P=NP$  (?)
- Физика вторгается в область "чистой" математики?
- Квантовый компьютер способен моделировать реальность – на квантовом уровне.

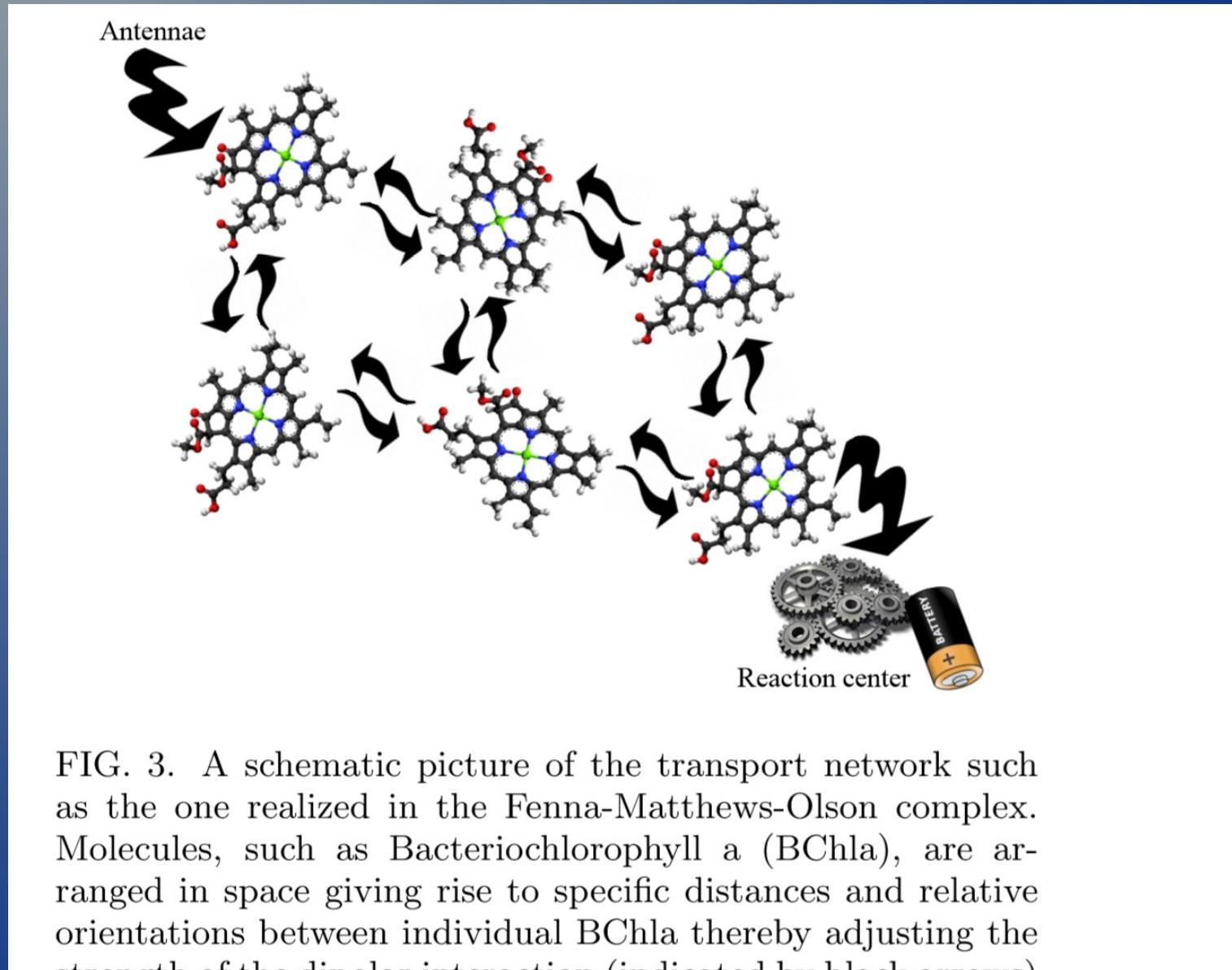
# Декогерентность

- Спонтанное разрушение сложных квантовых состояний для многих частиц – главное препятствие на пути создания КК, не зависимо от технологии.
- Квантовые коды коррекции начинают работать только с 1000 кубитов или больше.
- Декогерентность связана с коллапсом волновой функции
- А враг ли декогерентность?

# Example of quantum effect: conductivity of excitations by a chain of bacteriochlorophyll molecules



# Fenna-Matthews-Olson complex in bacterial cell (from S.F.Huelga, M.B.Plenio, arXiv1307.3530



# Conductivity in FMO complex (bacteriochlorophyll molecules)

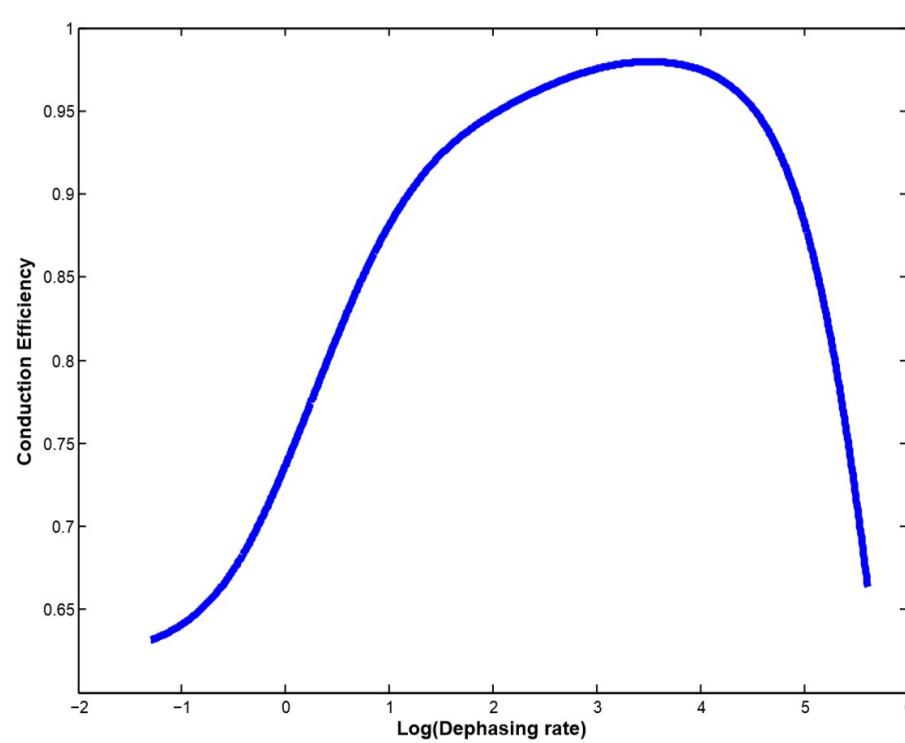
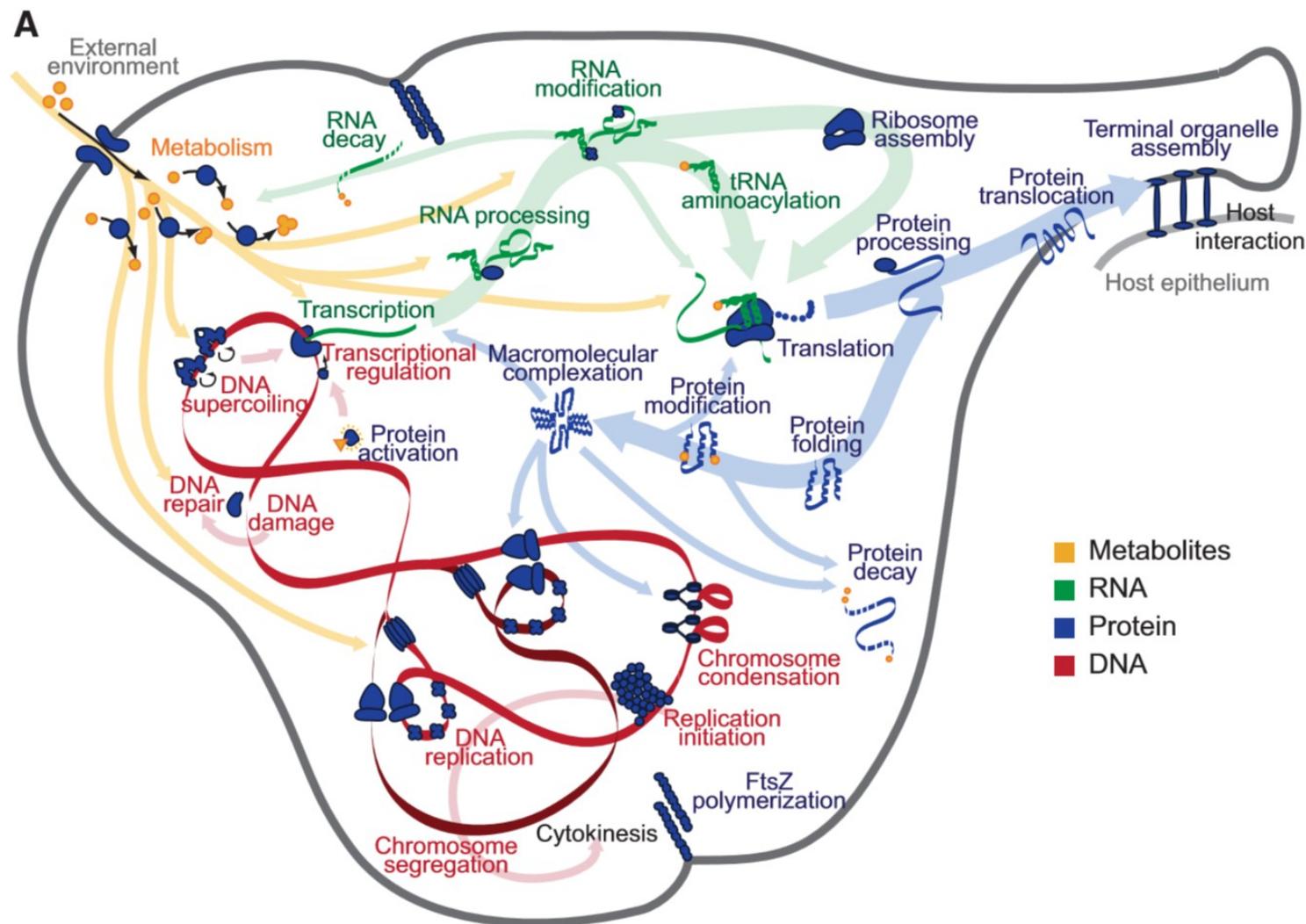


FIG. 4. Plot of the conductivity of the FMO complex where excitations enter the FMO complex at site 1 and exit at site 6. The conductance is calculated by averaging over all possible initial states.

# Computer classical models of Life do not work as its prototype



**Figure 1. *M. genitalium* Whole-Integrates 28 Submodels of Divergent Processes**

(A) Diagram schematically depicts the integration of 28 submodels as colored words—grouped as metabolic (orange), RNA (green), protein (blue), and DNA (red)—in the context of a *M. genitalium* cell with its characteristic star-like shape. Submodels are connected by common metabolites, RNA, protein, and DNA, which are depicted by green, blue, and red arrows, respectively. (B) The model integrates cellular functions through 16 cell variables. First, variables are randomly initialized to the beginning of each cycle (left gray arrow). Next, for each cycle, the submodels calculate the current values of the cellular variables based on their contributions to the temporal evolution of the cell variables, and update the values of the cell variables. This is repeated thousands of times during the course of each simulation. Finally, cell functions and variables are grouped into physiologic categories: DNA (red), RNA (green), protein (blue), metabolite (orange), and host interaction (black). Colored lines between the variables

# Do we understand the Life?

- Enormous complexity of living matter:

Genetically scaled computer model of living cell (GEM), by [1] illustrate the modern level in computer modelling of living; though its capabilities are still very far from predictive power

C:\Users\Юрий\Desktop\Documents\biology\mmc5.mp4

[1] J.Förster et al, *Genome-Scale Reconstruction of the *Saccharomyces cerevisiae* Metabolic Network*, *Genome Res.* Feb 1, 2003; 13(2): 244–253.

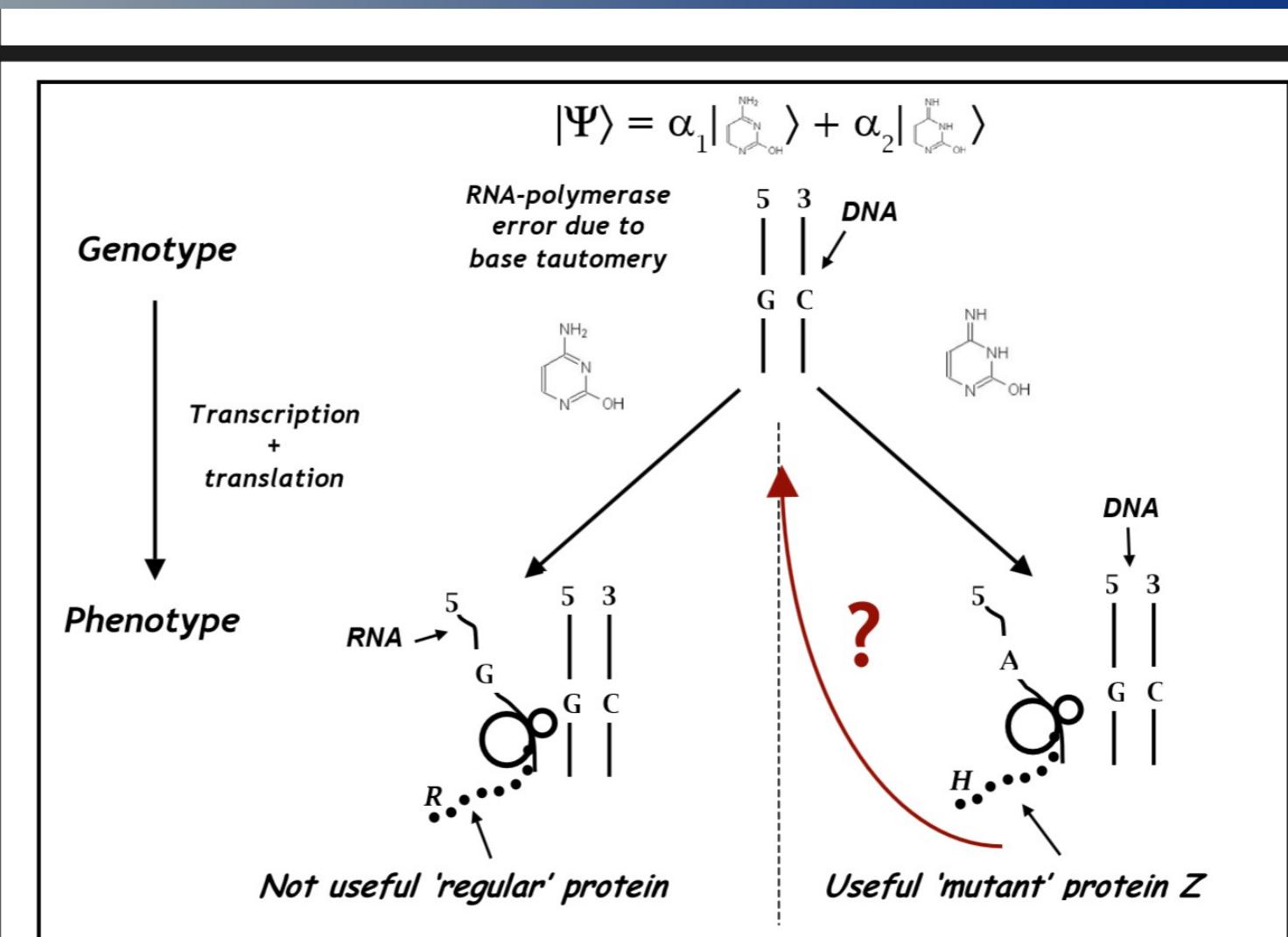
# Do we understand the quantum computer?



What I cannot create, I do not understand.

(Richard Feynman)

# How this superposition can survive?

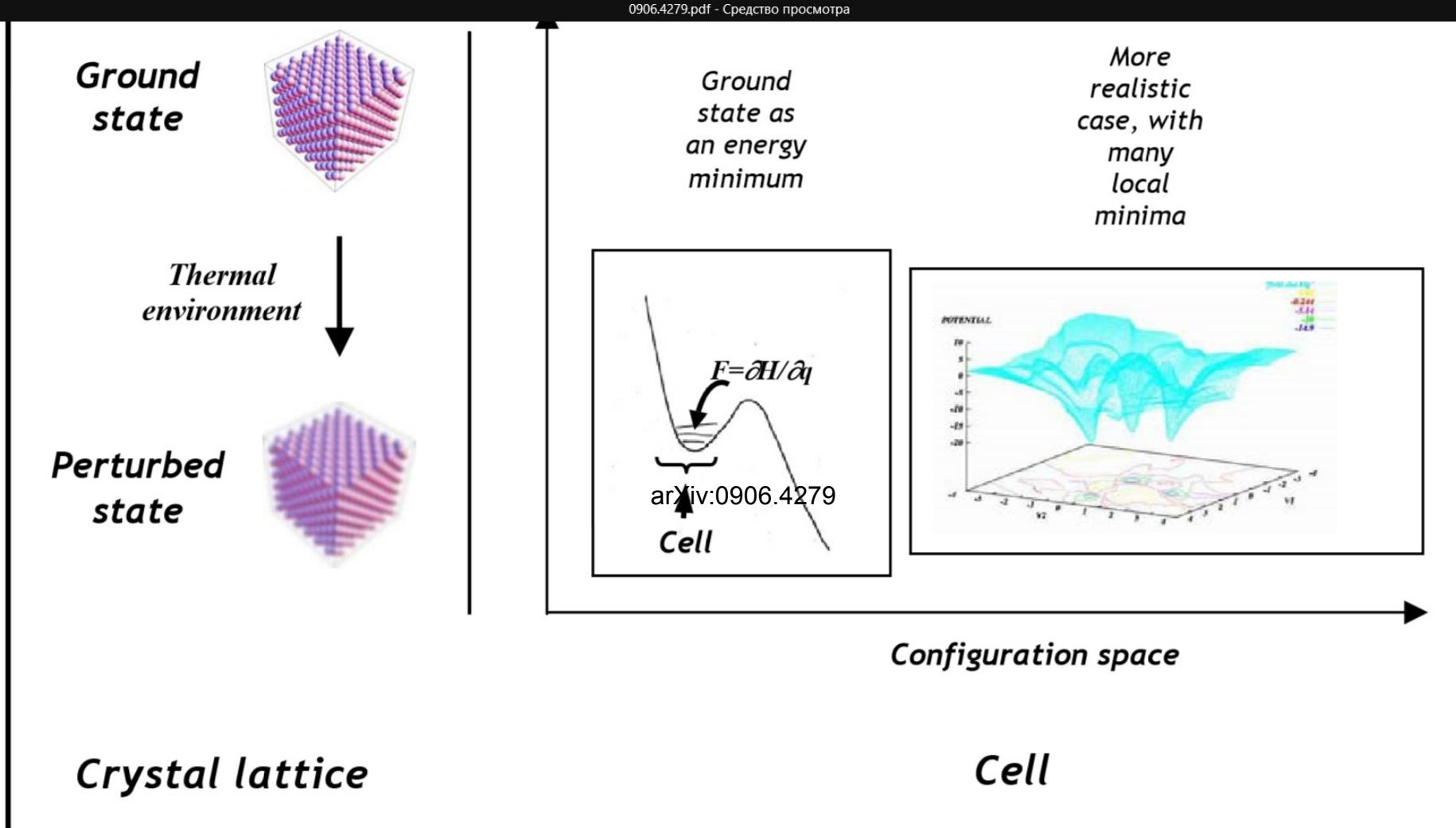


## 41. Central Dogma implies physical irreversibility

Our dreams, however, might not be all in vain. Let's take another look at the 'Central Dogma of Molecular Biology'.

- Vasily Ogryzko, *Quantum information processing at the cellular level. Euclidean approach* arXiv:0906.4279

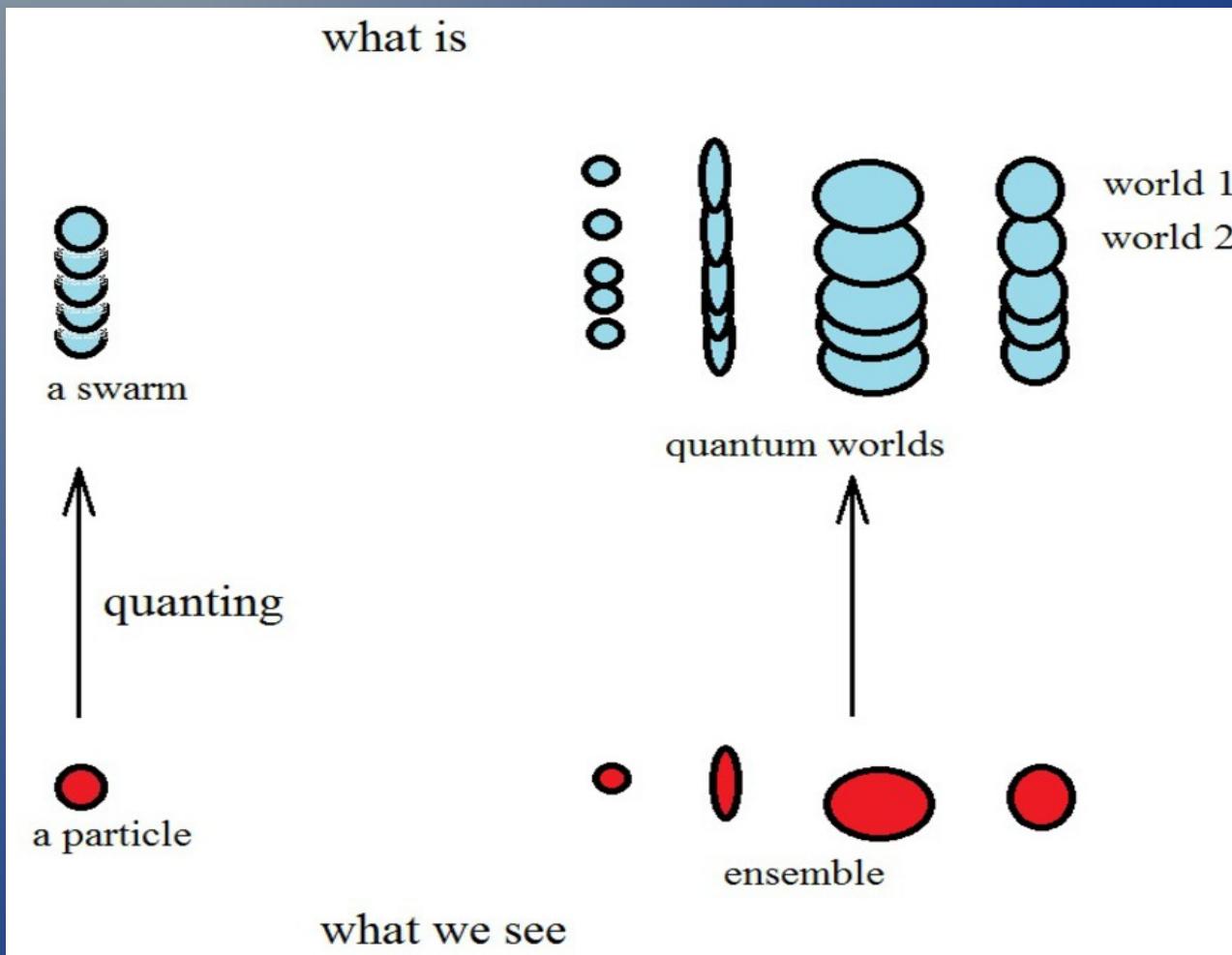
# Life as the metastable state



## 14. Ground state

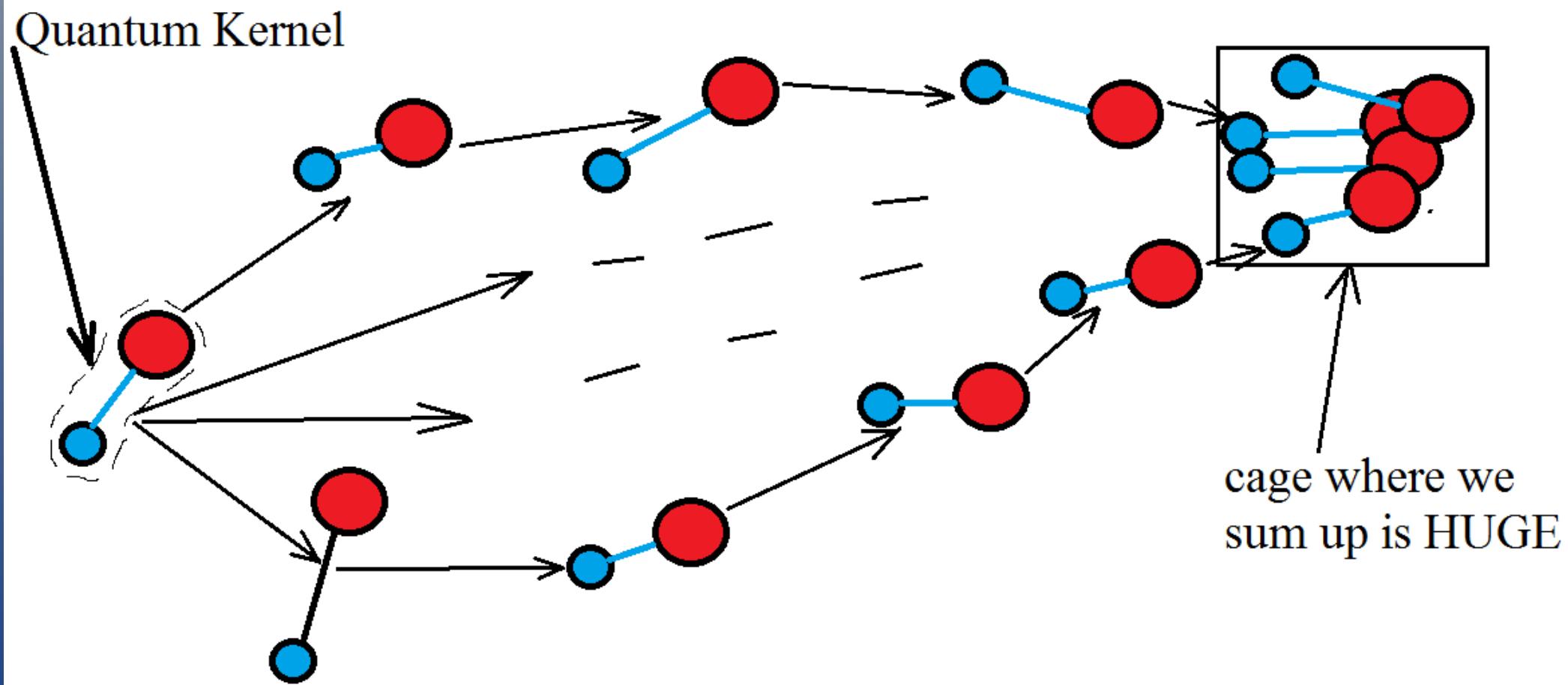
- Vasily Ogryzko, *Quantum information processing at the cellular level. Euclidean approach* arXiv:0906.4279

# Quantum worlds can meet in living because the Life can be realized by huge number of ways



# Quantum worlds can meet in living because the Life can be realized by huge number of ways

we have to sum amplitudes over all paths



# Selfish gene

- Gene-centric view of evolution: gene is the subject of evolution, organisms are machines serving for gene replication (R.Dawkins)



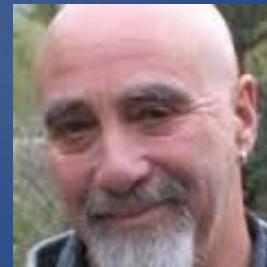
# Quantum selfish gene

- Varying part of the genome  $\xi_{\text{varying}}$  must be the argument of bio-psi function  $\Psi(\xi_{\text{varying}}) = |\Psi| \exp(i\phi)$
- $|\Psi(\xi_{\text{varying}})|^2$  is the number of creatures with v.p. of the genome  $\xi_{\text{varying}}$ ,  $\nabla\phi$  is the intention of the genome to change itself

*arXiv: 1402.4713 Y.I.Ozhigov, Quantum selfish gene  
(biological evolution in terms of quantum mechanics)*

# Квантовая мистика

- Как рой экземпляров превращается в одну единственную точку? (коллапс волновой функции)
- Р.Пенроуз: коллапс волновой функции = акт самосознания



- С.Хамерофф: коллапс волновой функции происходит в микротубулах нервных клеток!

# Декогерентность как ограниченность памяти классического компьютера

- Мы можем представлять декогерентность как ограниченность памяти классического компьютера, моделирующего квантовую динамику.
- Такая трактовка декогерентности открывает совершенно новые возможности для понимания живого
- Нужно программирование нового типа

# Конечномерные модели КЭД

Finite dimensional models of QED



Edwin Thompson Jaynes



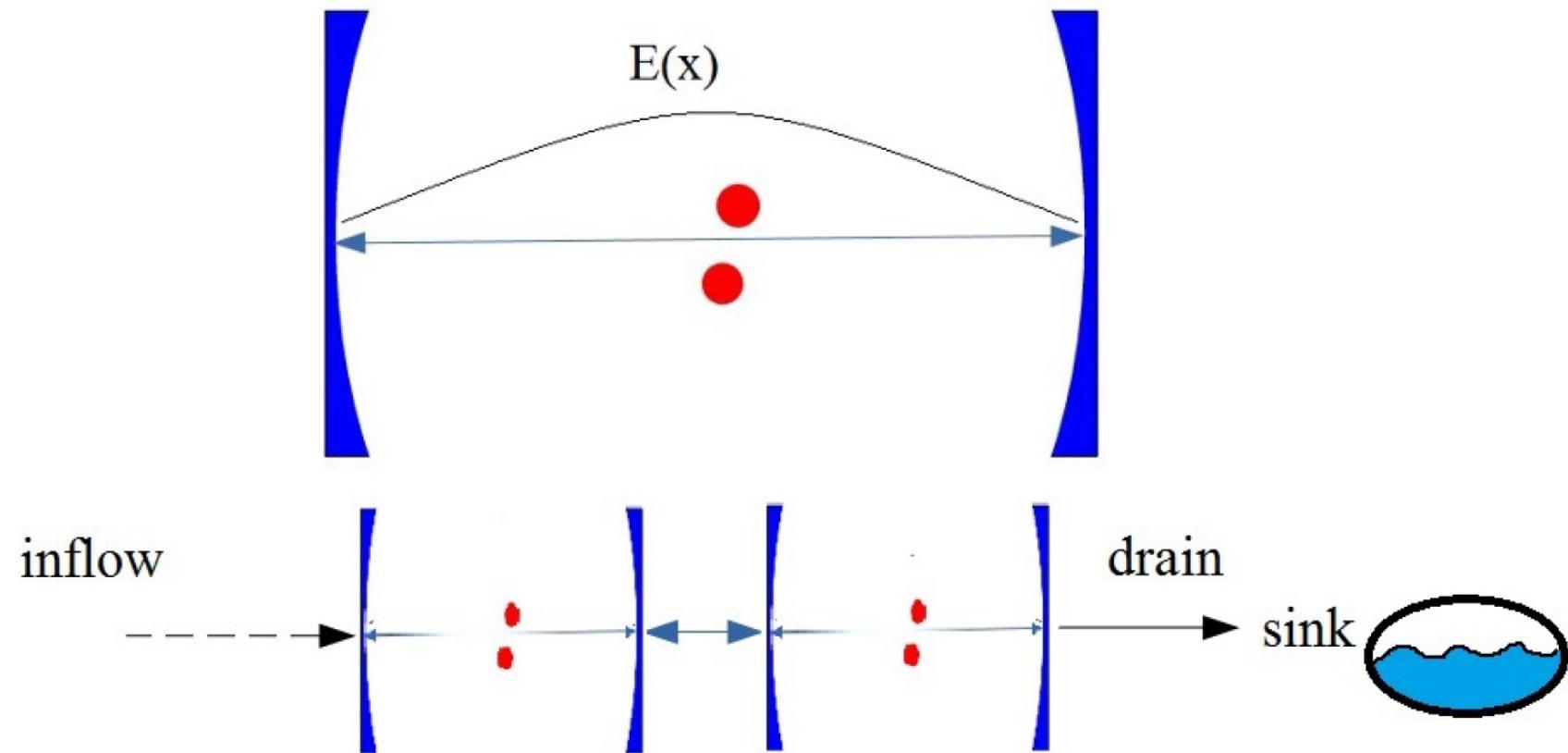
Frederick W. Cummings



Michael Tavis

# Физическая реализация: оптические резонаторы, соединенные оптоволокном

Jaynes-Tavis-Cummings-Hubbard-Dick model



# One cavity with atom: Jaynes-Cummings model

Basic state:  $| \text{photon number} \rangle | \text{atom excitation} \rangle$ , photon number can be  $0, 1, \dots, n, \dots$ ; atom excitation can be  $0, 1$  (two level atom).

Photonic operators  $a^+$ ,  $a$  - creation and annihilation of a photon - act on the first component, atomic operators  $\sigma^+$ ,  $\sigma$  - act on the second component.

Definition:

$$\begin{aligned} a^+|n\rangle &= \sqrt{n+1}|n+1\rangle, \quad a|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle \\ \sigma^+|m\rangle &= (m \oplus 1)|m \oplus 1\rangle, \quad \sigma|m\rangle = m|m \oplus 1\rangle : \\ \sigma^+|0\rangle &= |1\rangle, \quad \sigma^+|1\rangle = 0, \quad \sigma|0\rangle = 0, \quad \sigma|1\rangle = |0\rangle \end{aligned}$$

Basic atomic states representation:

$$|0\rangle_a = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |1\rangle_a = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

# One cavity with atom: Jaynes-Cummings model

Basic photonic states representation:

$$|0\rangle_p = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \end{pmatrix}, |1\rangle_p = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \end{pmatrix}, \dots$$

Representation of atomic operators:

$$\sigma^+ = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, a^+ a = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

Commutative relations:

$$a^+ a = a a^+ - 1, \sigma^+ \sigma = 1 - \sigma \sigma^+$$

# One cavity with atom: Jaynes-Cummings model

Representation of photonic operators:

$$a^+ = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}, a = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{3} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix},$$

$$a^+ a = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 2 & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}, a^+ a |n\rangle_p = n |n\rangle_n.$$

# One cavity with atom: Jaynes-Cummings model

$$H_{JC} = \hbar\omega_c a^\dagger a + \hbar\omega_a \sigma^+ \sigma + g(a^\dagger + a)(\sigma^+ + \sigma)$$

$g = \sqrt{\omega\hbar/V}E(x)|d|$ ,  $V$ - effective volume of the cavity,  $d$ - dipole momentum of transition  $|0\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ . It coincides with experiments if

- 1)  $\omega_{a,c} \ll 1/d$ , where  $d$  is the size of atom (the necessary condition of dipole approximation, which allows the representation of interaction in the form  $X_{\text{field}}X_{\text{atomic excitation}}$ ) and
- 2)  $\omega_a \approx \omega_c$  - the condition of long retention of a photon in the cavity. Factually, the half of the wavelength of the photon emitted by the atom must be a divisor of the cavity length.

In electrodynamics the field is divided to modes. A mode is a couple  $(\bar{p}, \bar{\varepsilon})$  - two orthogonal vectors: the vector of impulse and the vector of polarization. One mode is the harmonic oscillator of electric field directed along the polarization; here one mode operators of creation annihilation look as  $a^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}}(q + ip)$ ,  $a = \frac{1}{\sqrt{2}}(q - ip)$ ,  $\hbar = 1$ , and the "field coordinate"

$X_{\text{field}} = q = (a^\dagger + a)/\sqrt{2}$ . Analogously, "atom excitation coordinate" looks as

$X_{\text{atomic excitation}} = \sigma^+ + \sigma$ . Because every interaction between systems with coordinates  $x, y$  can be expended to the power series, its first summand  $xy$  (dipole approximation) gives  $H_{JC}$ .

# Rotating wave approximation

$H_{JC}$  Hamiltonian is infinite and its investigation is hard.

If  $g \ll \hbar\omega$  we can omit the summands  $a^+\sigma^+$  and  $a\sigma$  in Hamiltonian, which do not conserve energy themselves and obtain the rotating wave approximation (RWA):

$$H_{JC}^{RWA} = \hbar\omega_c a^+ a + \hbar\omega_a \sigma^+ \sigma + g(a^+ \sigma + a \sigma^+).$$

The space of states then splits into mutually orthogonal and invariant with respect to  $H_{JC}^{RWA}$  two dimensional subspaces  $\mathcal{H}_k$ , each spanned by the pair of states:

$|\psi_0^k\rangle = |0\rangle_p |k\rangle_a$ ,  $|\psi_1^k\rangle = |1\rangle_p |k-1\rangle_a$ . The reduction of  $H_{JC}^{RWA}$  to  $\mathcal{H}_k$  will be

$$H_k = \begin{pmatrix} k\hbar\omega_c & g\sqrt{k} \\ g\sqrt{k} & \hbar(\omega_a + (k-1)\omega_c) \end{pmatrix}.$$

Quantum evolution in  $\mathcal{H}_k$  induced by  $H_k$  is the harmonic oscillations between  $|\psi_0^k\rangle$  and  $|\psi_1^k\rangle$  with frequency  $\Omega_k = \sqrt{\delta^2 + 4g^2k}/\hbar$ ,  $\delta = \omega_a - \omega_c$  is detuning between frequencies of atom and cavity.

# Open quantum systems: quantum master equation

An open quantum system is described by the quantum master equation (Lindblad, Kossakowsky, Glauber, Sudarshan):

$$i\hbar \frac{\partial \rho}{\partial t} = [H, \rho] + i \sum_{i=1}^{N^2-1} \gamma_i (A_i \rho A_i^* - \frac{1}{2} (A_i^* A_i \rho + \rho A_i^* A_i)) \quad (1)$$

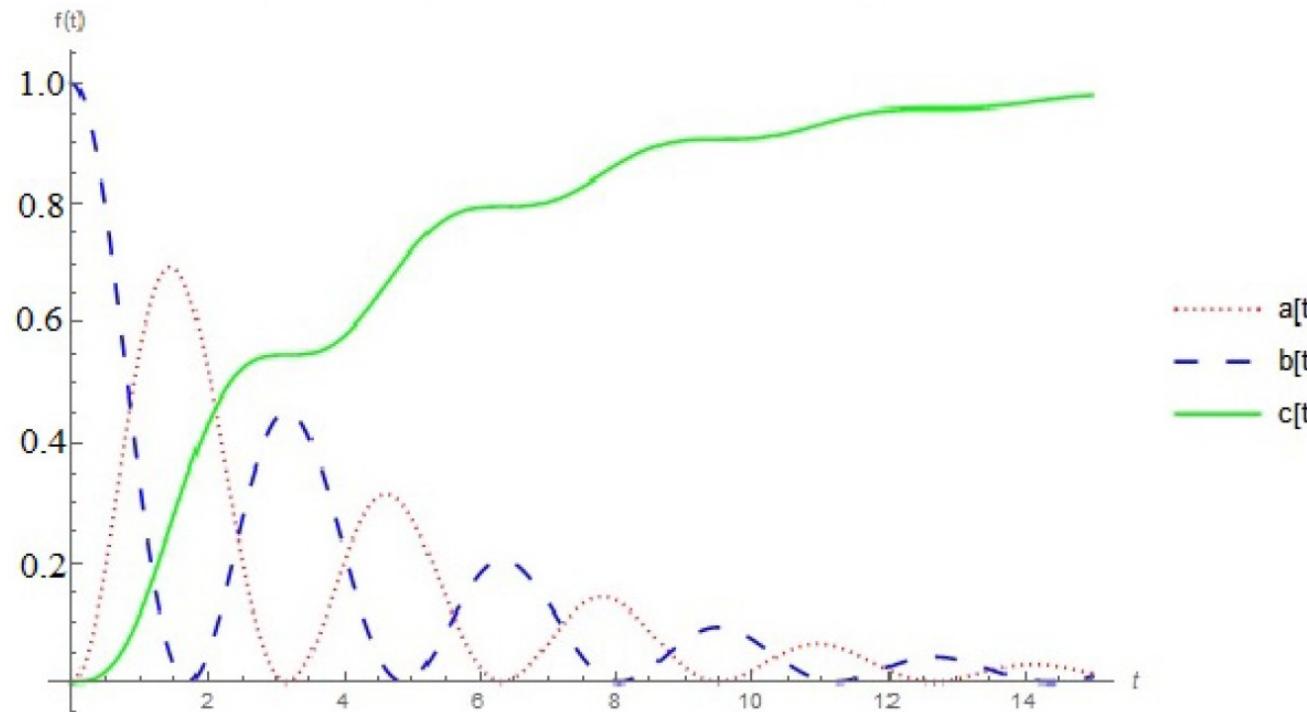
Liouville operator space  $\mathcal{L}_N$  of matrices  $N \times N$  - Euclidean space with dot product  $\langle A | B \rangle = \text{tr}(A^* B)$ .

$I, A_1, A_2, \dots, A_{N^2-1}$  must form the orthonormal basis in  $\mathcal{L}_N$ ,  $\gamma_i \geq 0$  are their intensities. Each  $A_i$  is the factor of decoherence.

# Relaxation of one atom in cavity

$\gamma = 4g$  is the border of oscillations.

Figure: Density matrix dynamics for  $\gamma = 0.5, g = 1$ .



# Transfer of atomic excitation along the chain of cavities

Hamiltonian of TCH model:

$$H_{TCH} = \sum_i \hbar\omega_c a_i^+ a_i + \sum_{i,j} \hbar\omega_a^{ij} \sigma_{ij}^+ \sigma_{ij}^- + k \sum_i (a_{i+1}^+ a_i + a_i^+ a_{i+1}) + \sum_{i,j} \mu_{ij} (a_i + a_i^+) (\sigma_{ij}^+ + \sigma_{ij}^-) \quad (2)$$

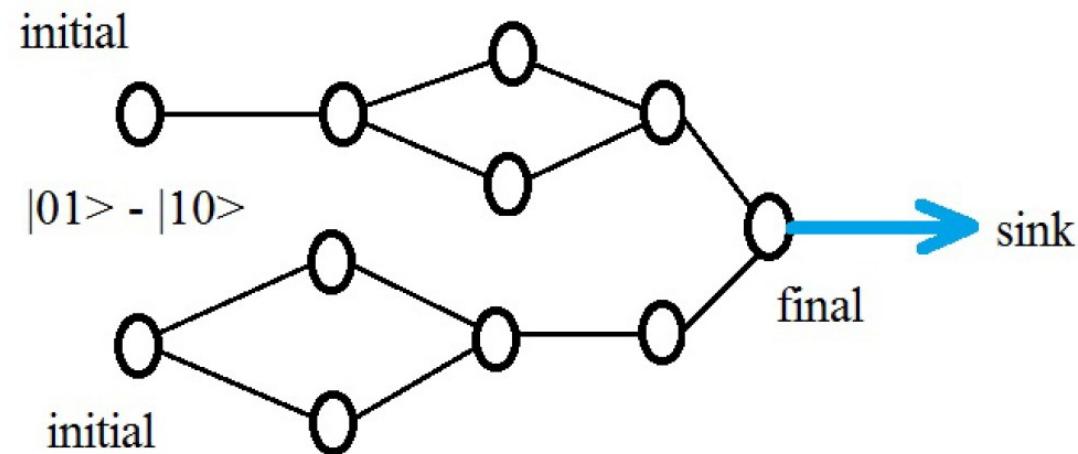
Effect of thermal phonons:

$$\begin{aligned} H &= H_{TCH} + H_B + H_I, \quad H_B = \sum_{m,k} E_{mk} b_{mk}^+ b_{mk}, \\ H_I &= \frac{1}{2} \sum_{i,k,j} \sqrt{S_{ikj}} \omega_k (b_{ik}^+ + b_{ik}) \sigma_{ij}^+ \sigma_{ij}^- + h.c. \end{aligned} \quad (3)$$

## Dark photonic states

If two graphs  $G_1$  and  $G_2$  have the same optical conductivity, we can glue their final vertices and obtain the joint graph, which holds "dark photonic state"  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle - |10\rangle)$  that gives zero conductivity  $|\langle \Psi(t) | final \rangle|^2 = 0$ . It involves the not complete drain to the sink for initial state  $|01\rangle$ .

Figure: Joint graph with dark photonic states



# Dephasing-assisted transport, DAT

2 atoms

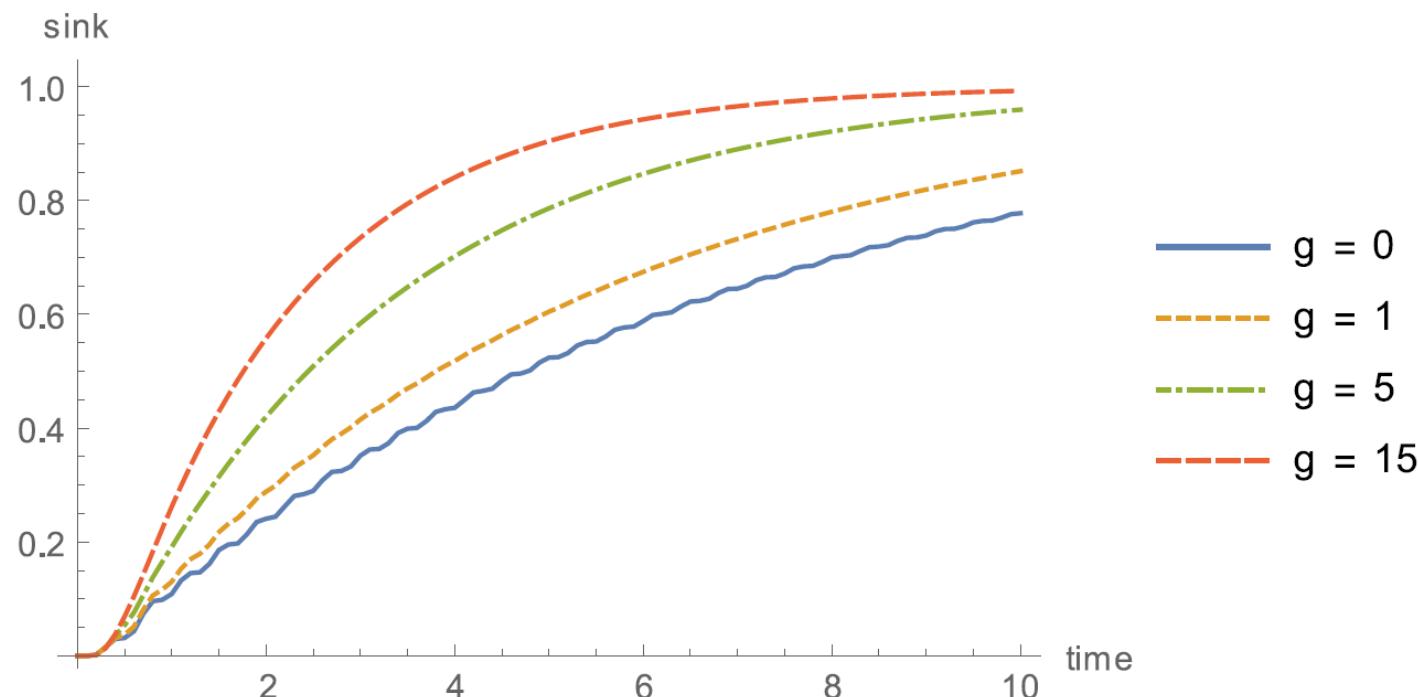


Figure: Evolution of states of the sink in time.  $N_{atoms} = 2$ ,  $k = 2$ ,  $\mu = 8$ ,  $out = 15$ . No input.

# Quantum bottleneck

Dependence of conductivity on the intensity of input and output

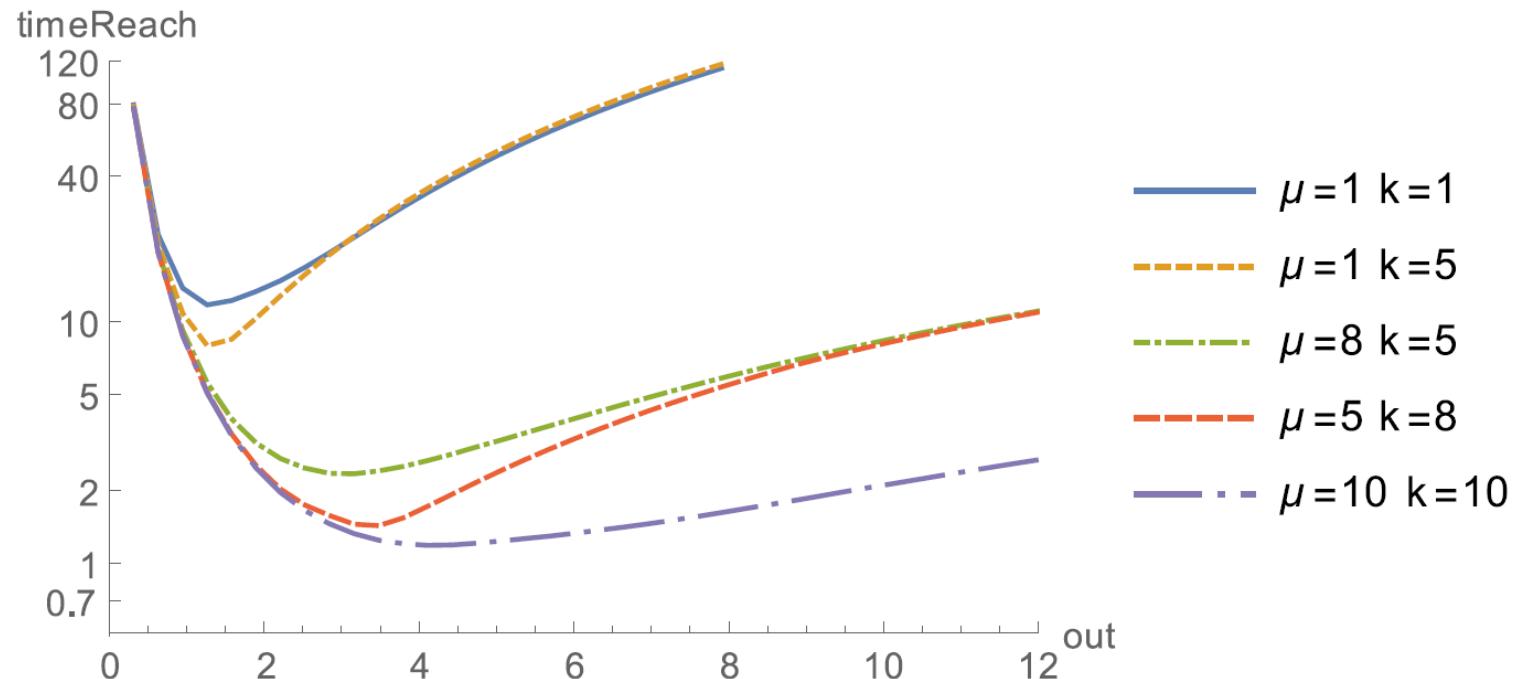
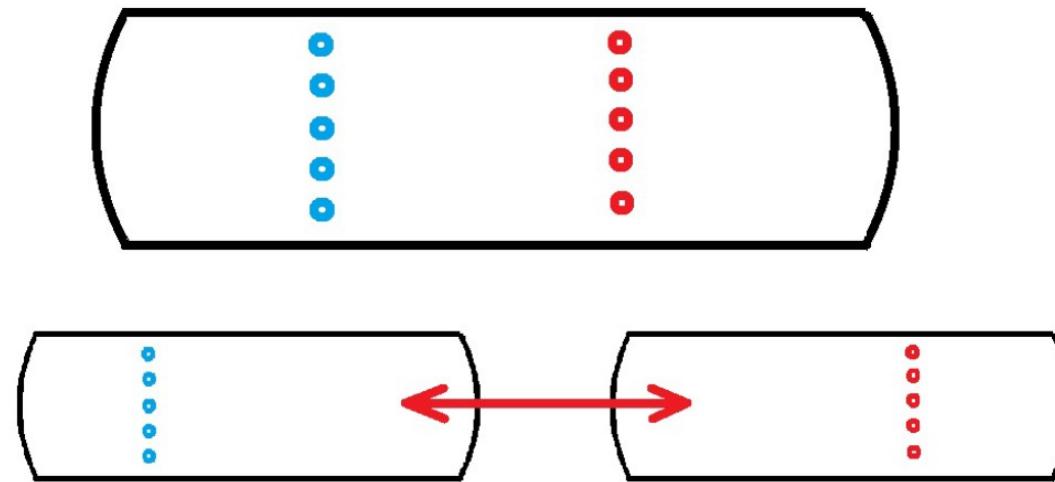


Figure: The time of sink filling to  $s = 0.995$  for the chain of two atoms

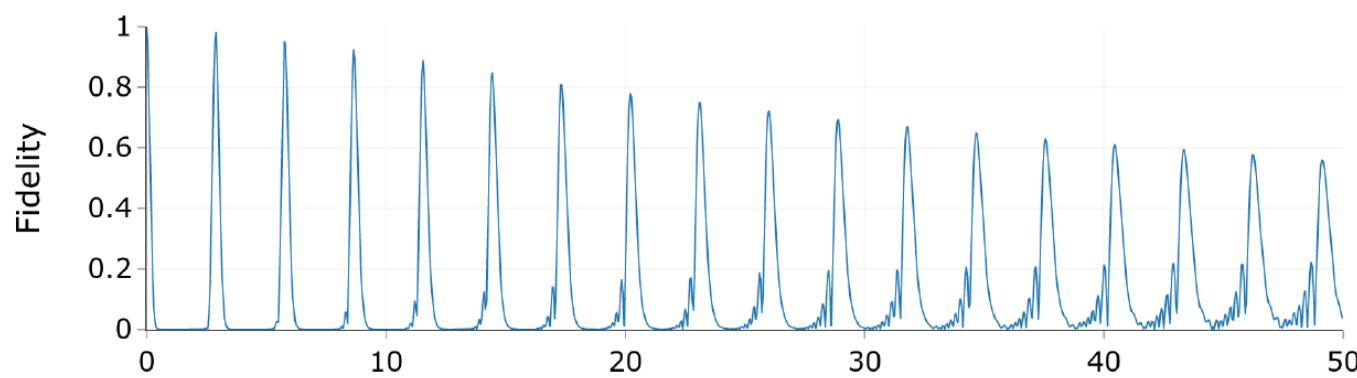
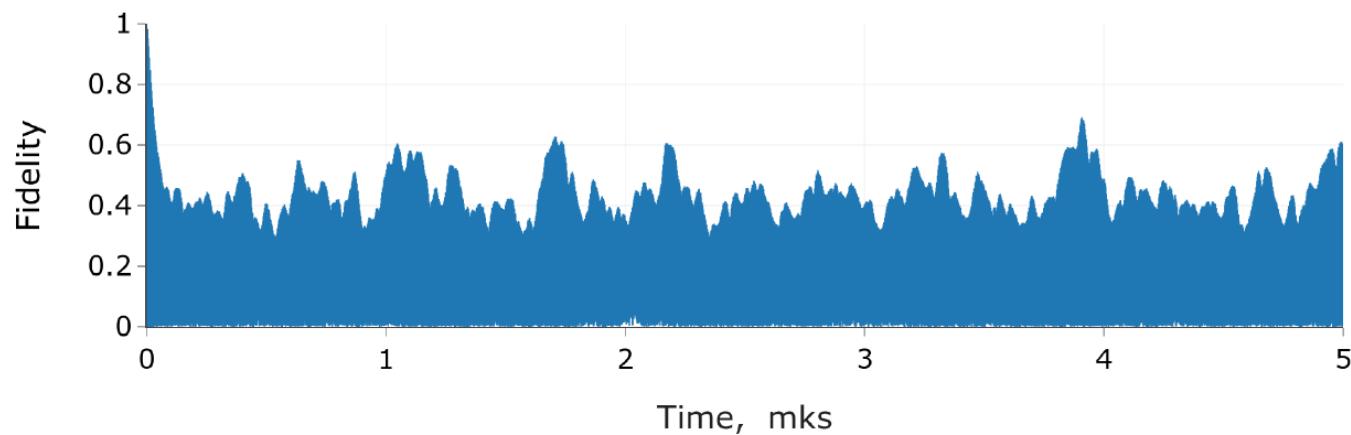
# Ensemble Rabi oscillations in one cavity

$|L\rangle_{ph}|00\dots0\rangle_1|11\dots1\rangle_2 \leftrightarrow |L\rangle_{ph}|11\dots1\rangle_1|00\dots0\rangle_2$  - ensemble oscillations.

Figure: Oscillation of ensemble type in one and two cavities



# Ensemble Rabi oscillations in one cavity



# Ensemble Rabi oscillations in one and two cavities 3D picture

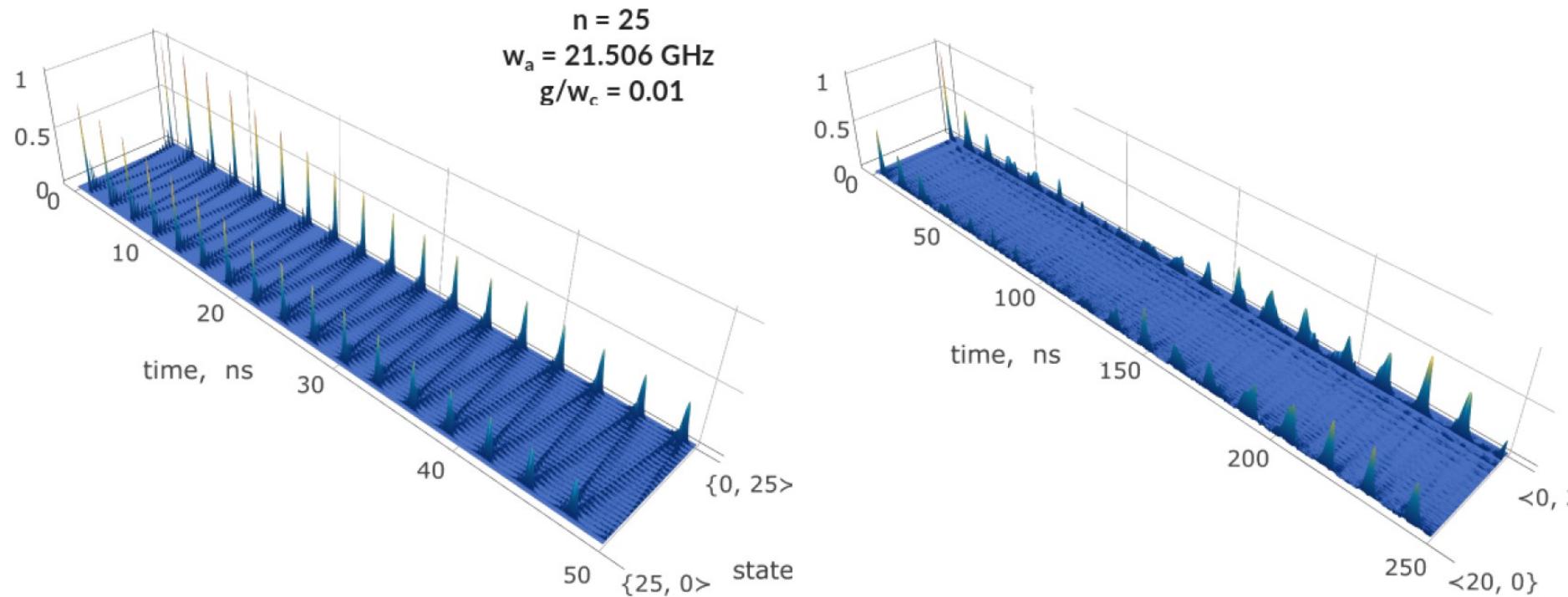


Figure: 3D picture of oscillations in one cavity and in two cavities

# Relaxation of ensemble oscillations

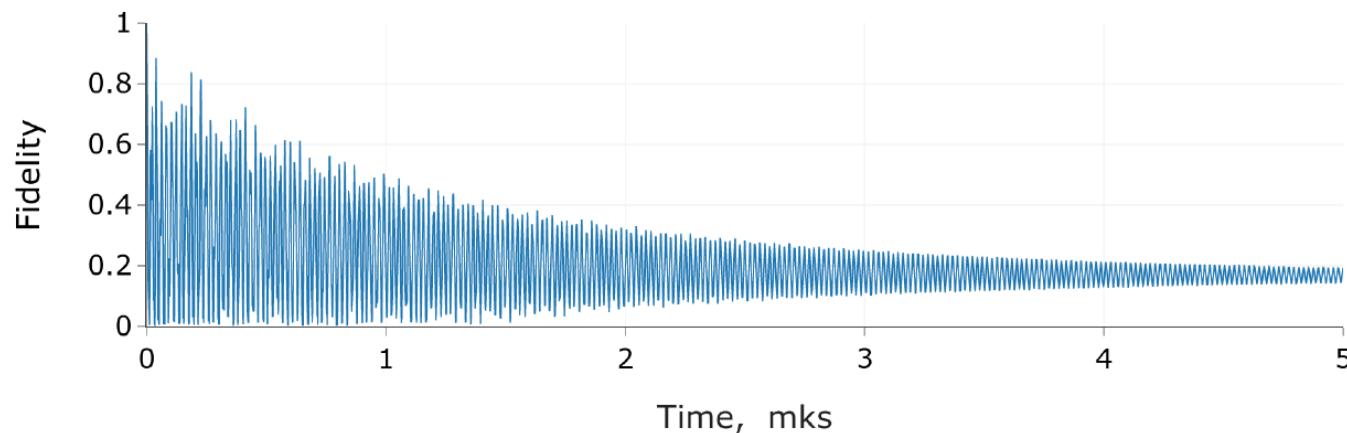
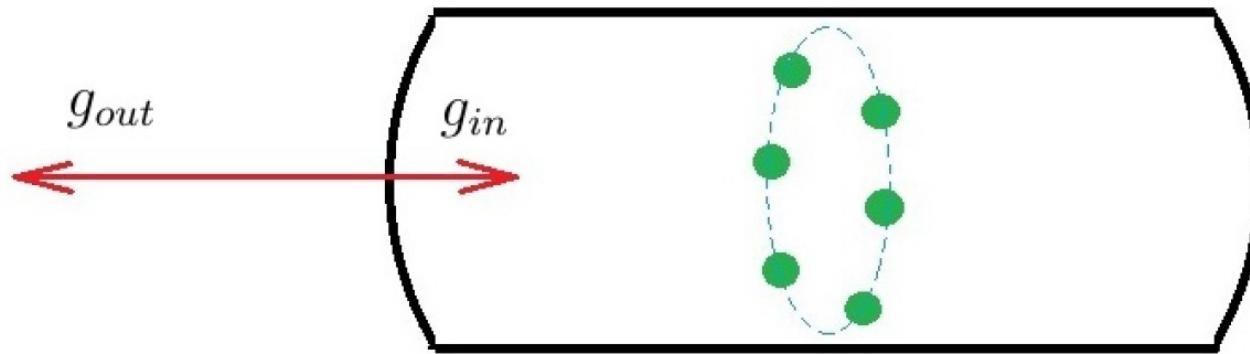


Figure: Error rates over detuning and photon leakage for the optimal cases with desired detuning.

## Photon environment as thermal bath



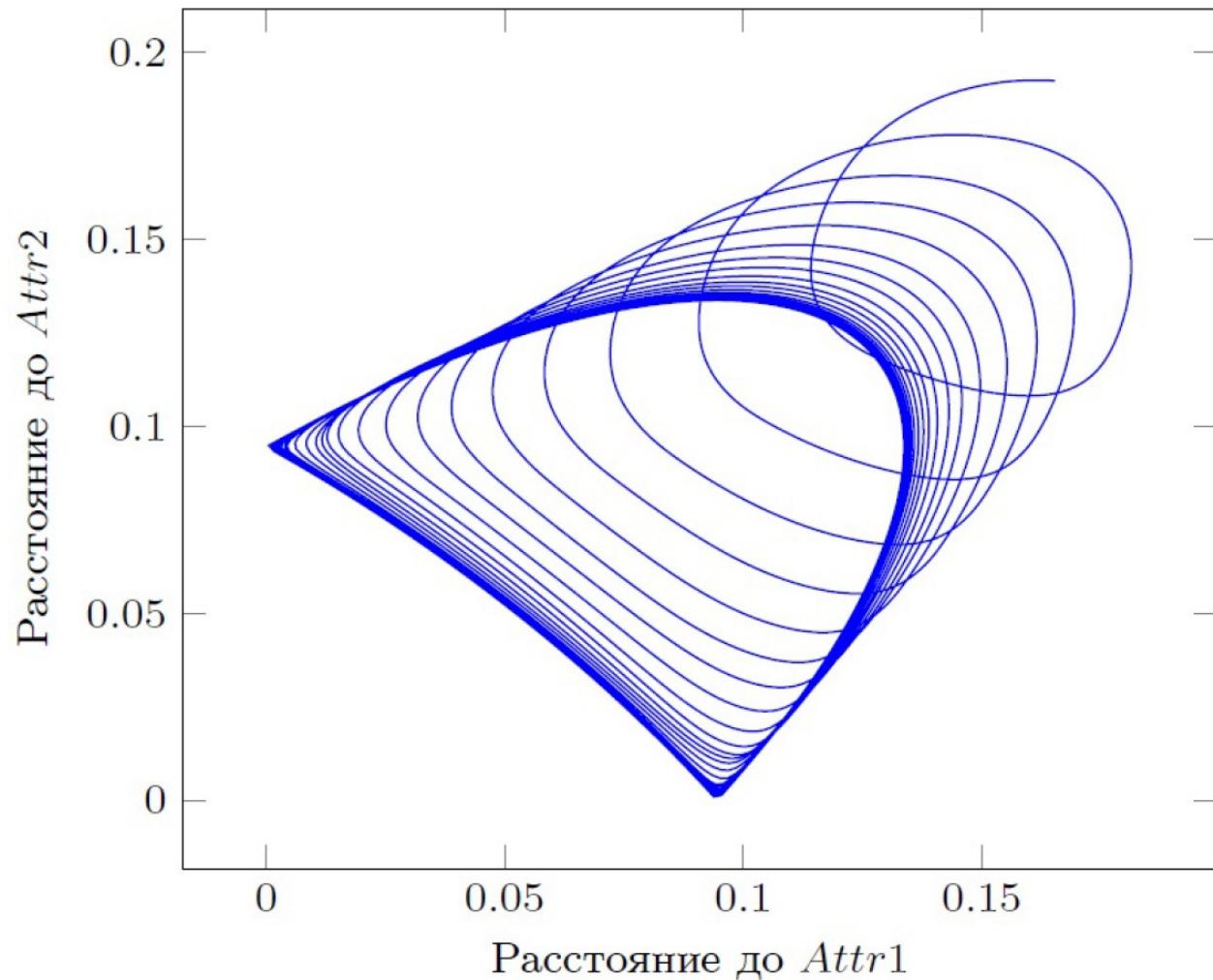
$$H_{TC}^{RWA} = \hbar\omega a^\dagger a + \sum_{j=1}^n \hbar\omega \sigma_j^\dagger \sigma_j + \sum_{j=1}^n g_j (\sigma_j^\dagger a + \sigma_j a^\dagger)$$

$$i\hbar\dot{\rho} = [H, \rho] + iL(\rho), \quad L = L_{in} + L_{out},$$

$$L_{in} = g_{in}(a^\dagger \rho a - \frac{1}{2}\{\rho, aa^\dagger\}), \quad L_{out} = g_{out}(a \rho a^\dagger - \frac{1}{2}\{\rho, a^\dagger a\})$$

Figure: Cavity in photon bath: Hamiltonian and quantum master equation

## Attractor for two atoms



# Темные состояния ансамблей двух-уровневых атомов

- Темное состояние атомов – находящийся в нем ансамбль не может испустить свет
- Пример темного состояния: синглет

$$|s\rangle = |01\rangle - |10\rangle$$

- Любое темное состояние есть суперпозиция состояний вида  $|s_{ij}\rangle, |s_{i'j'}\rangle, |s_{i''j''}\rangle, \dots$
- Размерность темного подпространства ансамбля  $2n$  атомов равна

$$C_{2n}^n - C_{2n}^{n-1}$$

- Темное подпространство свободно от декогерентности.

# Получение темных состояний

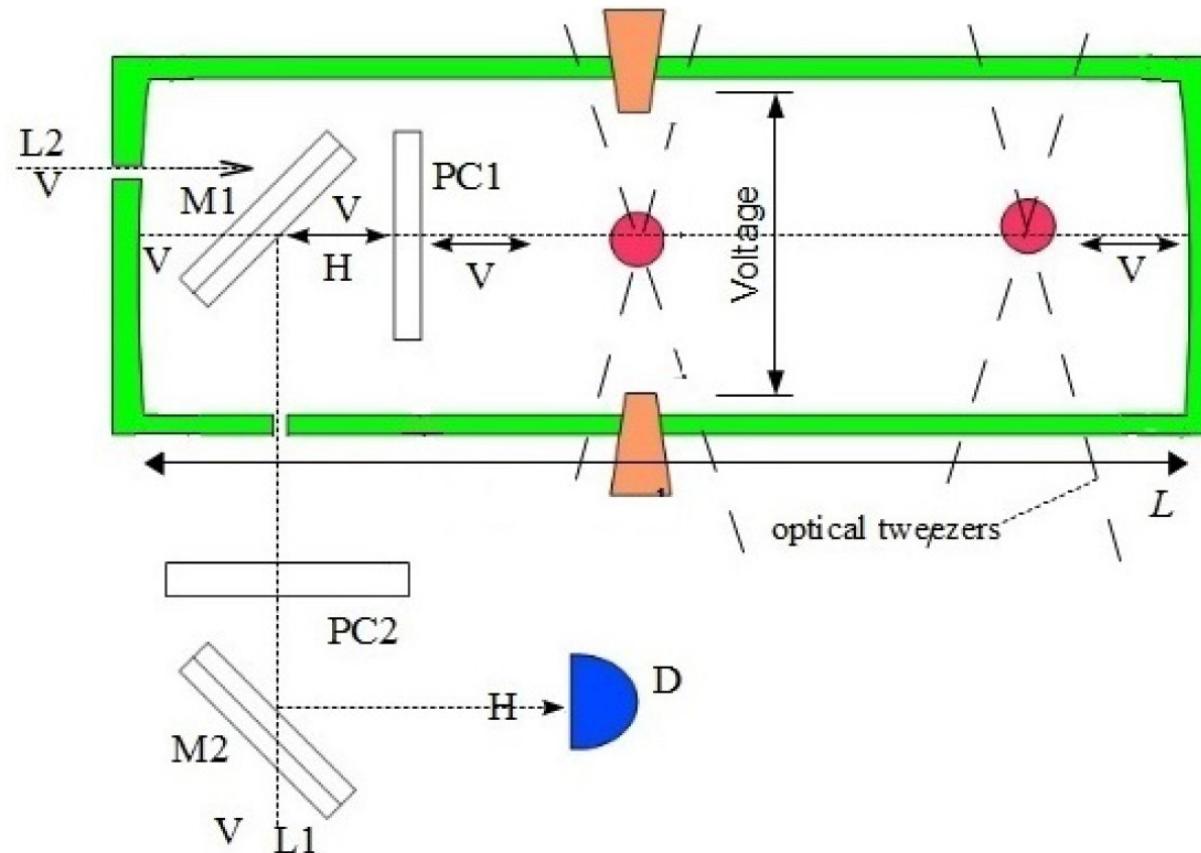


Figure 1. Preparation of dark singlet in optical cavity. Initially, Pockels cells PC1 and PC2 are both switched on. Photon flies from Laser L1 with vertical polarization  $V$ , changes polarization to  $H$  after PC2, reflects from the mirror M1 and change its polarization to  $V$  after PC1. Then PC1 must be switched off before photon comes back reflecting from the right wall of cavity. Photon will then locked inside the cavity. After arbitrary time frame PC1 switches on again and photon change the  $V$  polarization back to  $H$ , passes through PC2, which is switched off, reflects from M2 and comes to detector D. Alternative way: photon comes from laser L2 with  $V$  polarization and becomes locked in the cavity, then PC1 switches on, and photon comes to detector; PC2 is not needed. Figure is taken from the paper.<sup>12</sup>

# Безопасный доступ на темных состояниях

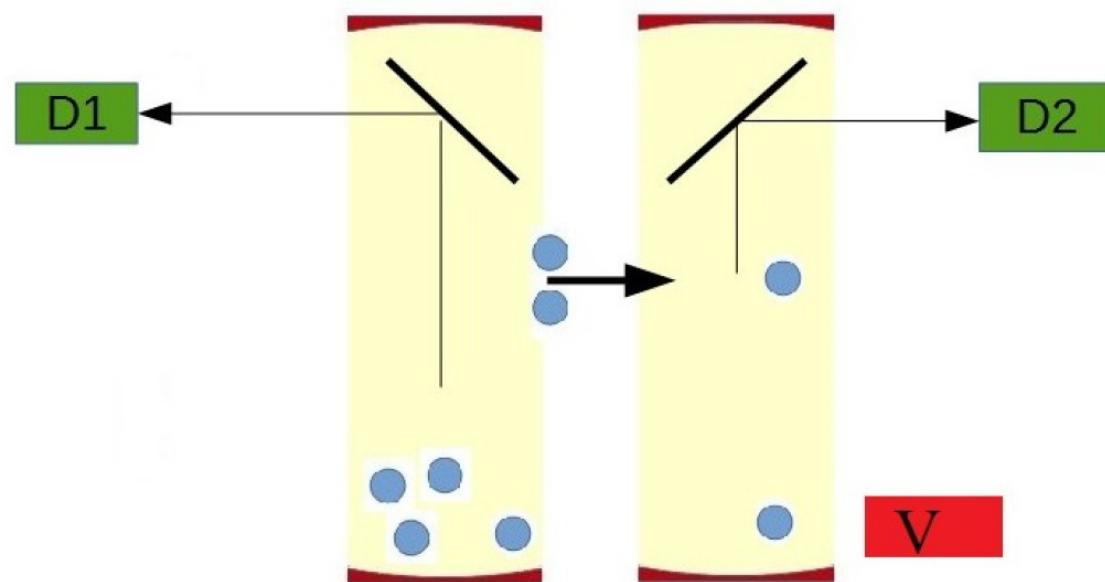


Figure 2. Verification of the password for the quantum lock. The sequential pair is moving to the controlling cavity. One from the detectors must click if this pair does not match to the right password.

In the case when the pair  $a_i, b_i$  is wrong, the probability of the photon emission by atoms  $a_i$  (or  $b_i$ ) is  $1/2$ . If they emit a photon in the time when they are between cavities, this photon will not be detected; but if the emission takes place inside the controlling cavity, it hits detector  $D2$ . In all cases when the pair  $a_i, b_i$  is wrong a photon appears; it passes by detectors only if it was emitted between cavities. In the last case the fact of emission can be checked subjecting the pair trapped in the controlling cavity by the action of non uniform potential causing Stark shift of atomic frequency that shows the excitation of one of atoms  $a_i, b_i$ ; if these atoms are in the groundstate the current pair is considered as wrong.