

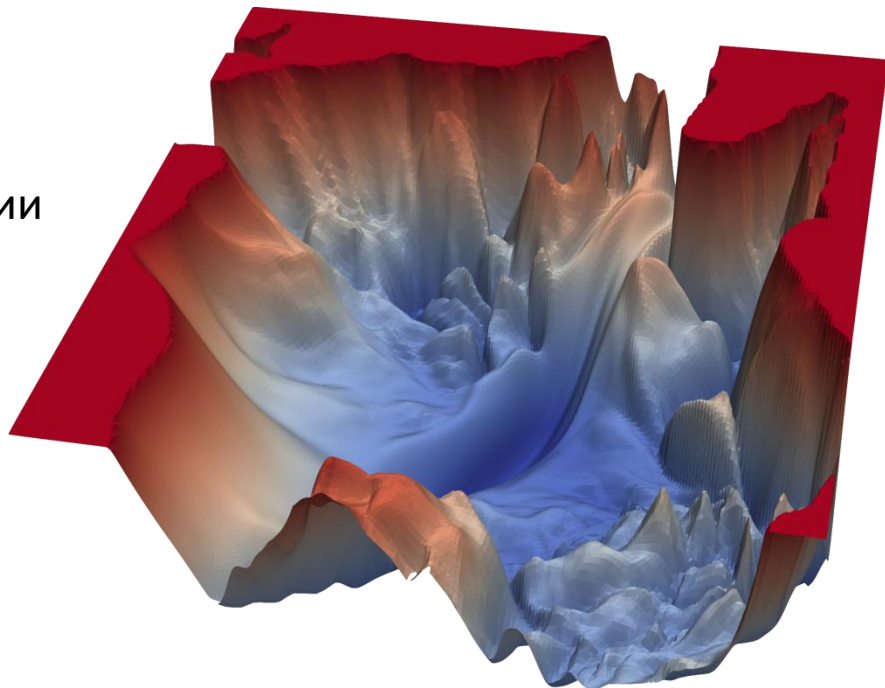
# Основы практического использования нейронных сетей.

Лекция 2. Алгоритмы обучения для глубоких НС.

Дмитрий Буряк.  
к.ф.-м.н.  
dyb04@yandex.ru

# Трудности обучения глубоких НС

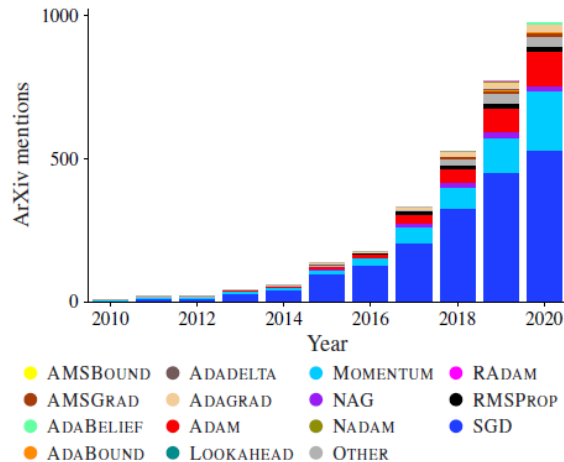
- ❑ Локальные минимумы функции ошибки
- ❑ Сложный ландшафт целевой функции
- ❑ Неравномерность обновления параметров сети
- ❑ Выбор закона изменения скорости обучения



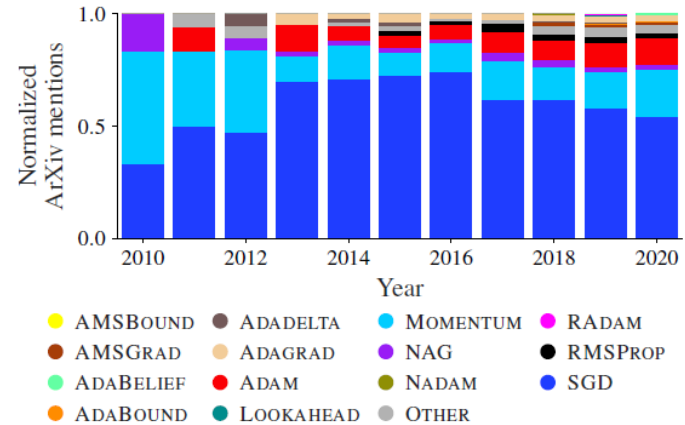
<https://www.cs.umd.edu/~tomg/projects/landscapes/>

# Выбор алгоритма обучения

- ❑ Существует более 100 алгоритмов оптимизации для НС\*.
- ❑ Эмпирическое сравнение эффективности различных алгоритмов.
- ❑ Не существует исследований, которые сравнивают все (почти все) алгоритмы.



**Количество упоминаний оптимизаторов в статьях на сайте arxiv.org\***

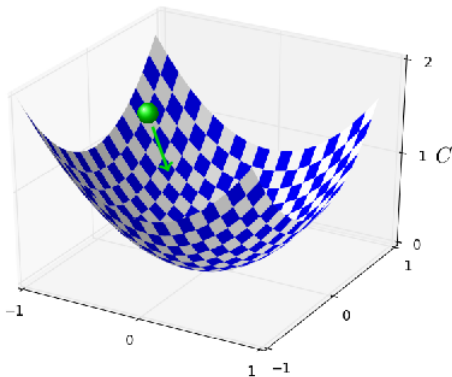


**Относительное число упоминаний оптимизаторов в статьях на сайте arxiv.org\***

\* <https://arxiv.org/abs/2007.01547>

# Стохастический градиентный спуск

- ❑ Основной алгоритм для глубокого обучения.
- ❑ Базируется на принципах градиентного спуска.
- ❑ Вычисление градиента по каждому примеру вычислительно затратно → выбор случайных подмножеств из обучающей выборки.



$$w_k \rightarrow w'_k = w_k - \eta \frac{\partial C}{\partial w_k}$$

$$b_l \rightarrow b'_l = b_l - \eta \frac{\partial C}{\partial b_l}$$

$$\nabla C \approx \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \nabla C_{X_j}$$

$$w_k \rightarrow w'_k = w_k - \frac{\eta}{m} \sum_j \frac{\partial C_{X_j}}{\partial w_k}$$

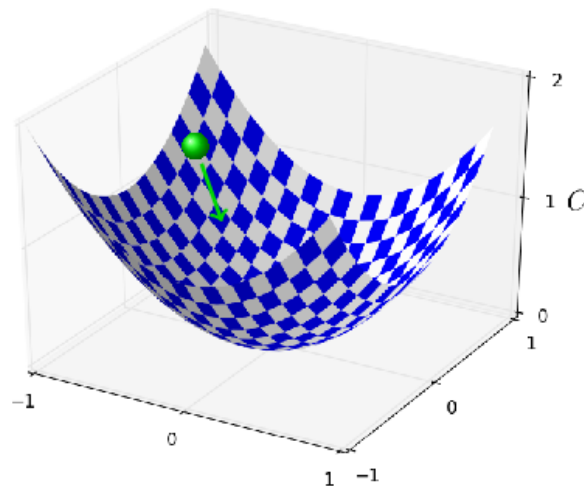
$$b_l \rightarrow b'_l = b_l - \frac{\eta}{m} \sum_j \frac{\partial C_{X_j}}{\partial b_l}$$

# Использование момента

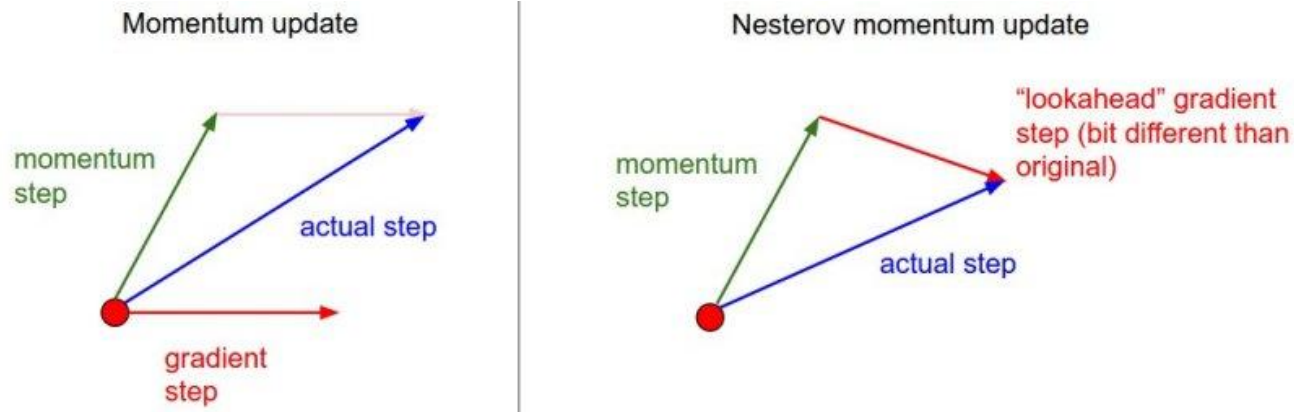
- ❑ Идея накопления импульса.
- ❑ Оценка «скорости» градиента.
- ❑ Применение коэффициента «трения» ~ коэффициент момента.

$$v \rightarrow v' = \mu v - \eta \nabla C$$
$$w \rightarrow w' = w + v'$$

- ❑ Изменение коэффициента момента в процессе обучения  $0.5 \rightarrow 0.9$



# Момент Нестерова (NAG)

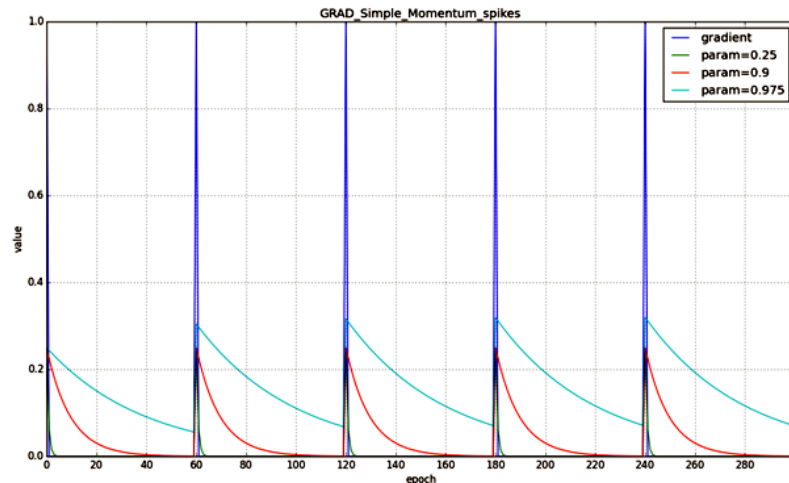
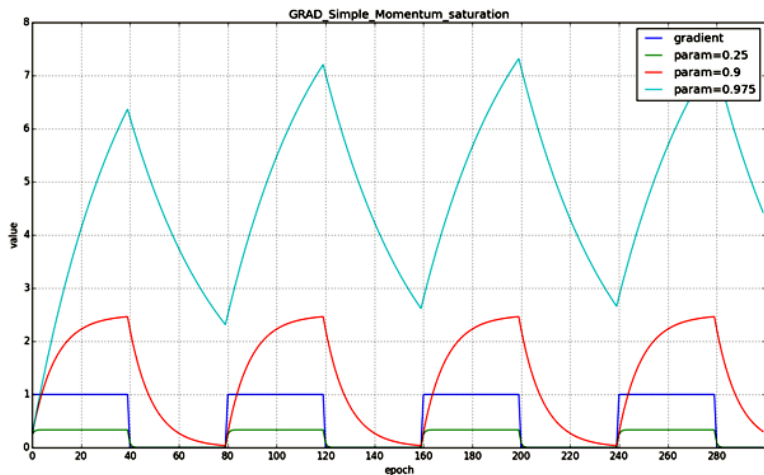


- ❑ Оценка градиента в предсказанной позиции функции ошибки

# Обзор алгоритмов обучения\*.

## Момент.

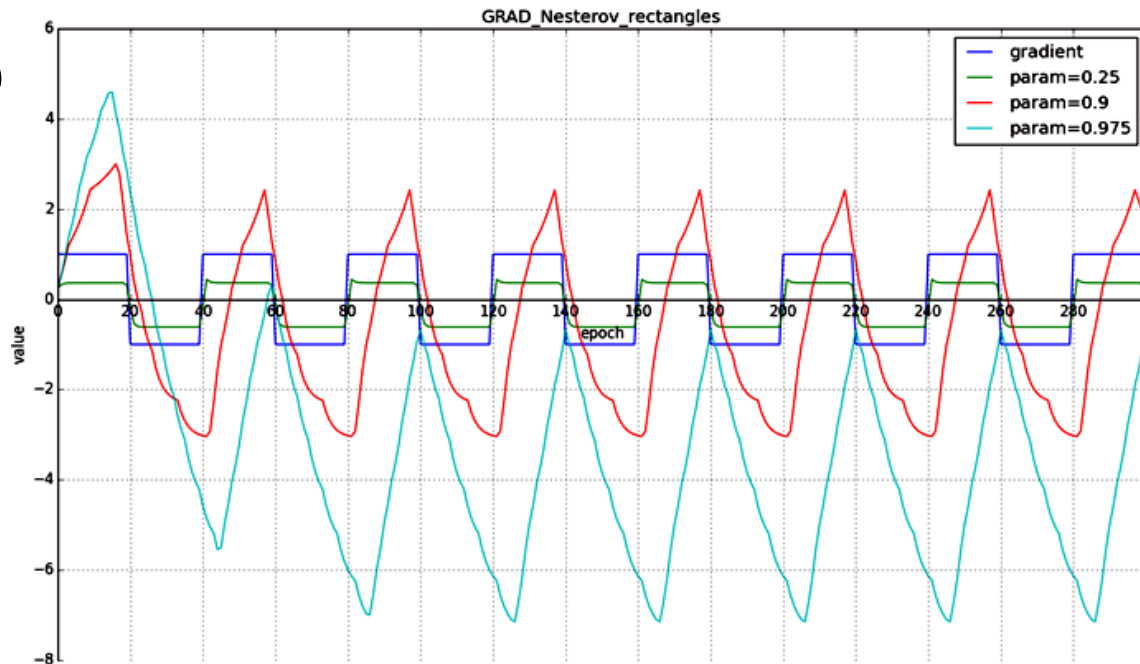
$$v_t = \mathcal{W}_{t-1} + \eta g_t \quad g_t = \nabla_{\theta} C(\theta)$$
$$\theta_{t+1} = \theta_t - v_t \quad \gamma = 0.9$$



\* <https://habrahabr.ru/post/318970/>

# Обзор алгоритмов обучения. Момент Нестерова (NAG).

$$v_t = \mathcal{W}_{t-1} + \eta g_t (\theta - \mathcal{W}_{t-1})$$
$$\theta_{t+1} = \theta_t - v_t$$





# Обзор алгоритмов обучения.

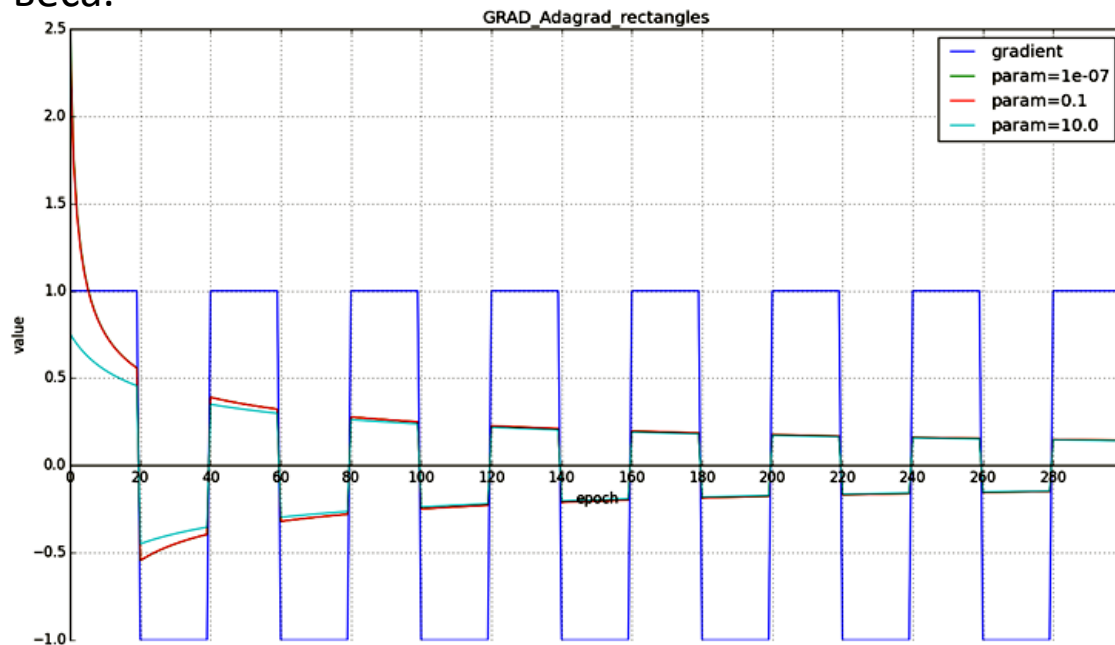
## Adagrad.

- Учет частоты обновления веса.
  - Устойчивость к выбору скорости обучения.
- скорости обучения.

$$G_t = G_t + g_t^2$$

$$\theta_{t+1} = \theta_t - \frac{\eta}{\sqrt{G_t + \epsilon}} g_t$$

$\epsilon$  — сглаживающий параметр;



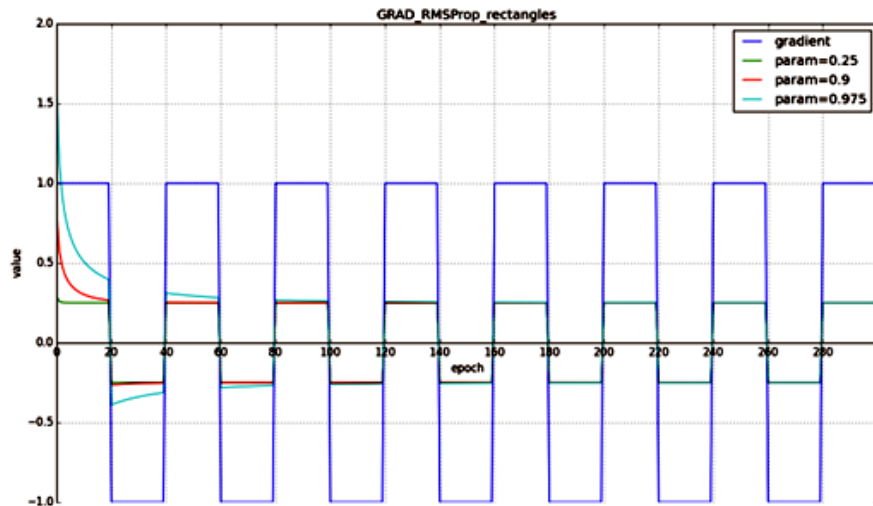
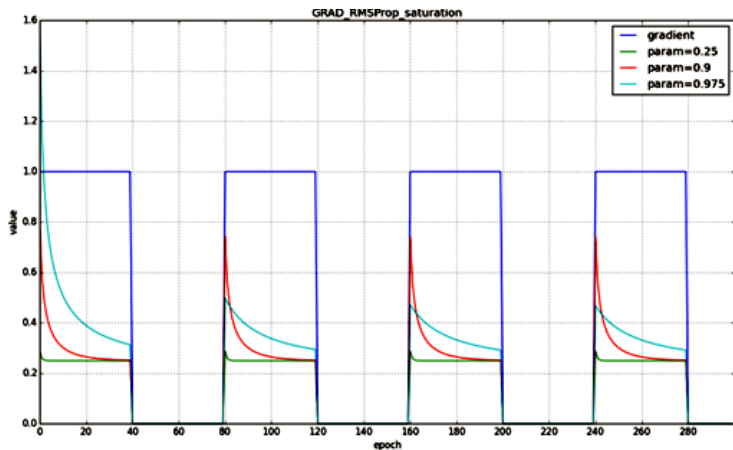
# Обзор алгоритмов обучения.

## RMSProp.

□ Учет частоты обновления веса  
за счет усреднения.

$$E[g^2]_t = \gamma E[g^2]_{t-1} + (1 - \gamma)g_t^2$$

$$\theta_{t+1} = \theta_t - \frac{\eta}{\sqrt{E[g^2]_t + \epsilon}} g_t$$



# Обзор алгоритмов обучения.

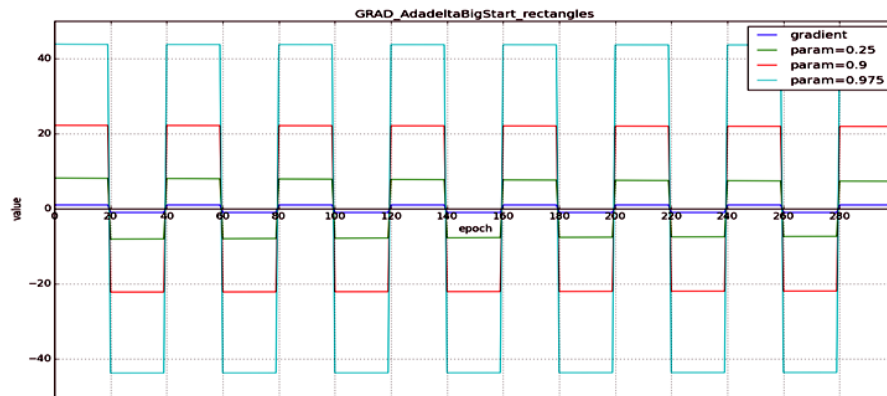
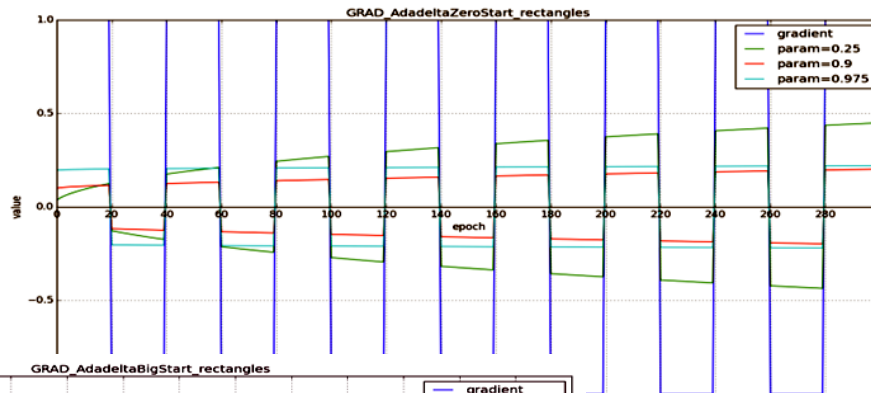
## Adadelta.

$$\Delta\theta = -\frac{RMS[\Delta\theta]_{t-1}}{RMS[g]_t} g_t$$

$$\theta_{t+1} = \theta_t - \frac{RMS[\Delta\theta]_{t-1}}{RMS[g]_t} g_t$$

$$E[\Delta\theta^2]_t = \gamma E[\Delta\theta^2]_{t-1} + (1 - \gamma)\Delta\theta_t^2$$

$$RMS[\Delta\theta]_t = \sqrt{E[\Delta\theta^2]_t + \epsilon}$$



# Обзор алгоритмов обучения. Adam.

□ Момент + учет частоты обновления веса.

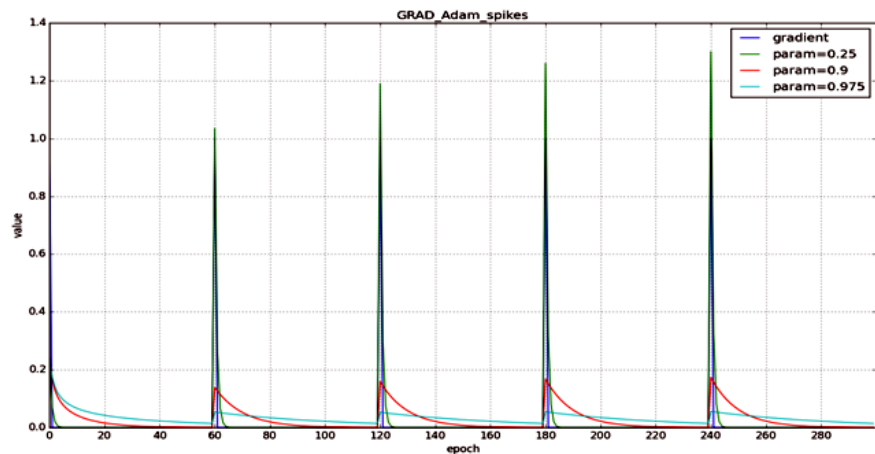
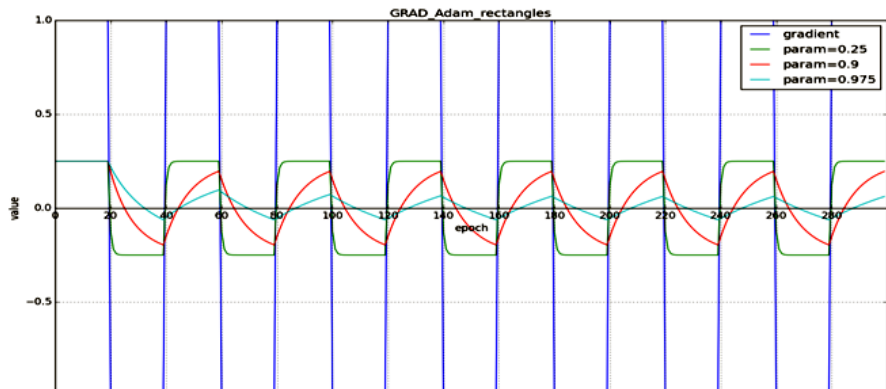
$$m_t = \beta_1 m_{t-1} + (1 - \beta_1) g_t$$

$$v_t = \beta_2 v_{t-1} + (1 - \beta_2) g_t^2$$

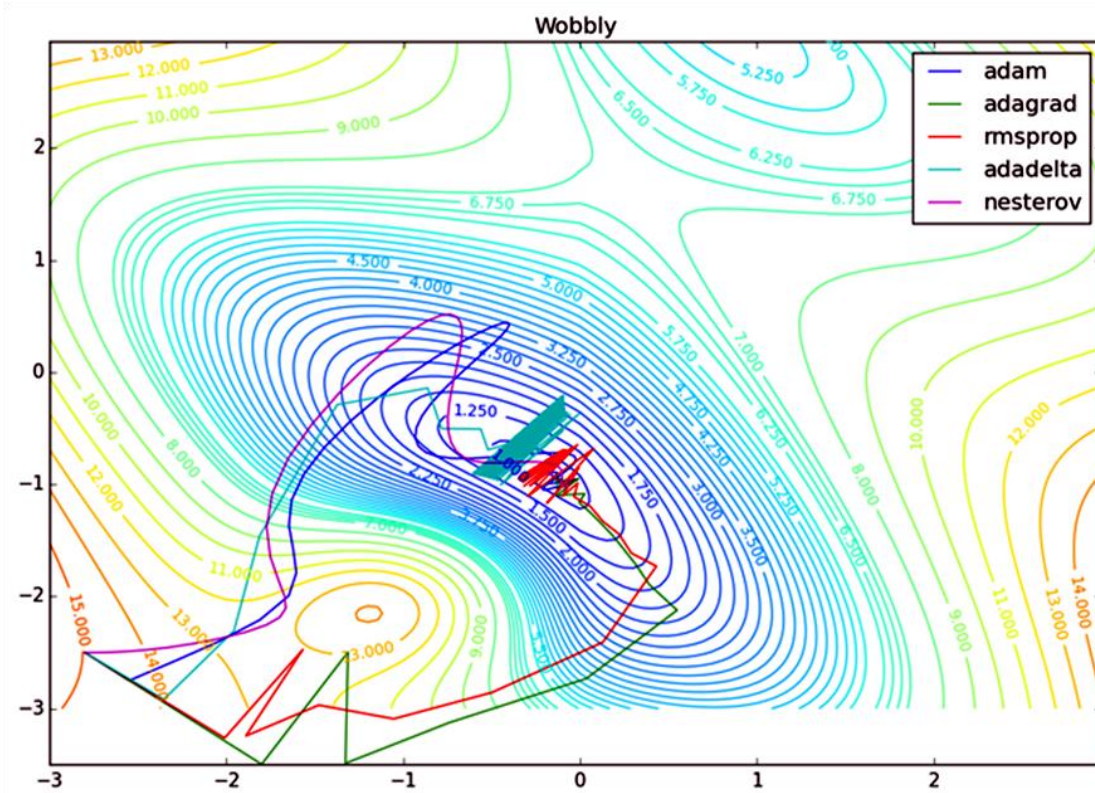
$$\hat{m}_t = \frac{m_t}{1 - \beta_1^t}, \quad \hat{v}_t = \frac{v_t}{1 - \beta_2^t}$$

$$\theta_{t+1} = \theta_t - \frac{\eta}{\sqrt{\hat{v}_t + \epsilon}} \hat{m}_t$$

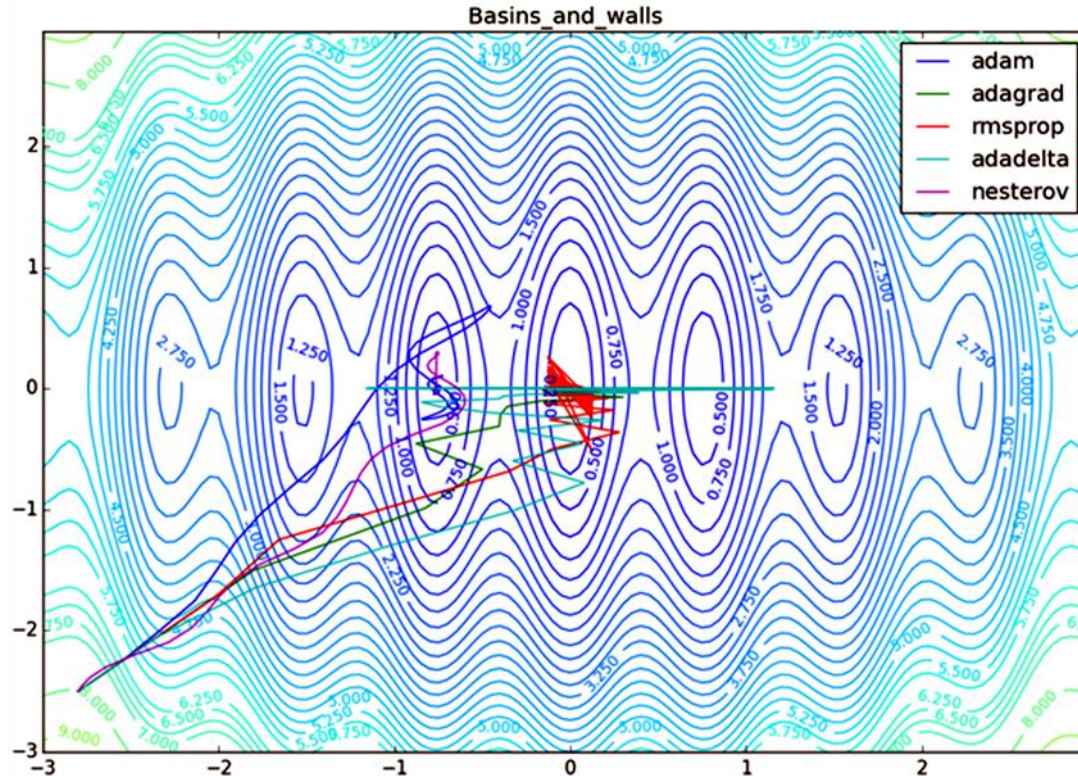
$$\beta_1 = 0.9, \beta_2 = 0.999, \epsilon = 10^{-8}$$



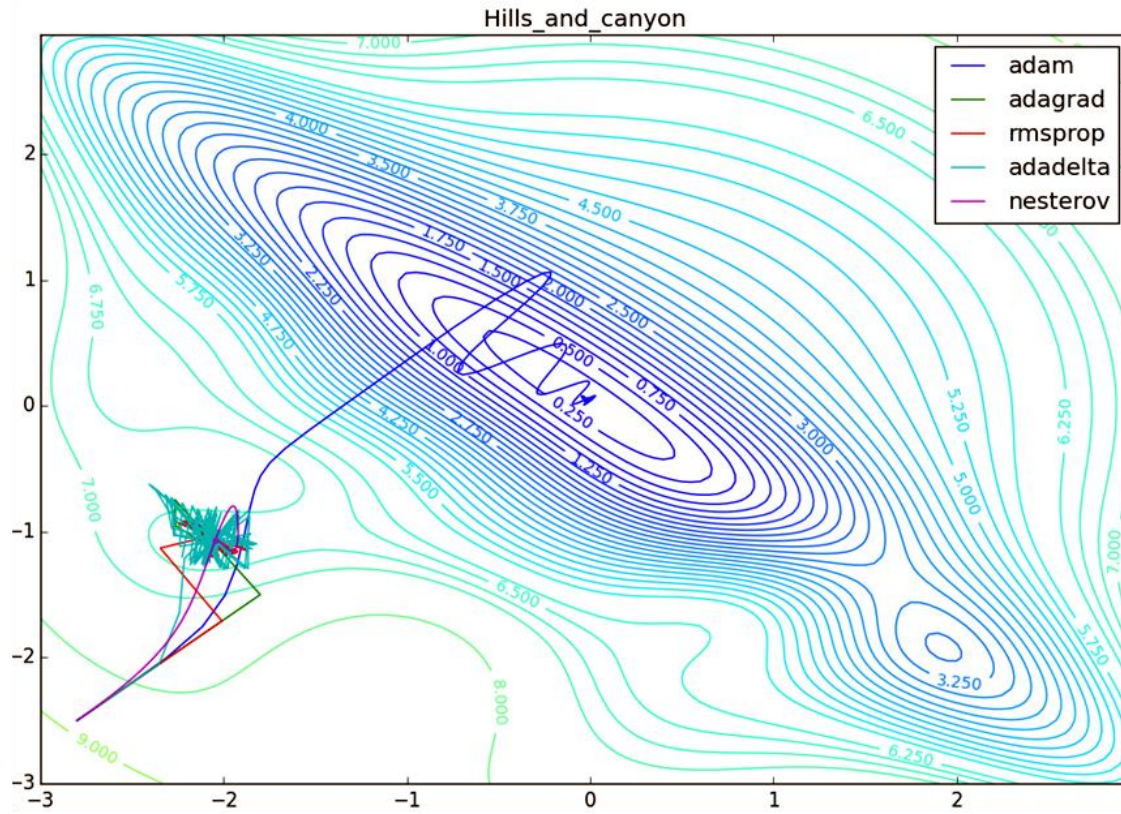
# Обзор алгоритмов обучения. Эксперименты (1).



# Обзор алгоритмов обучения. Эксперименты (2).

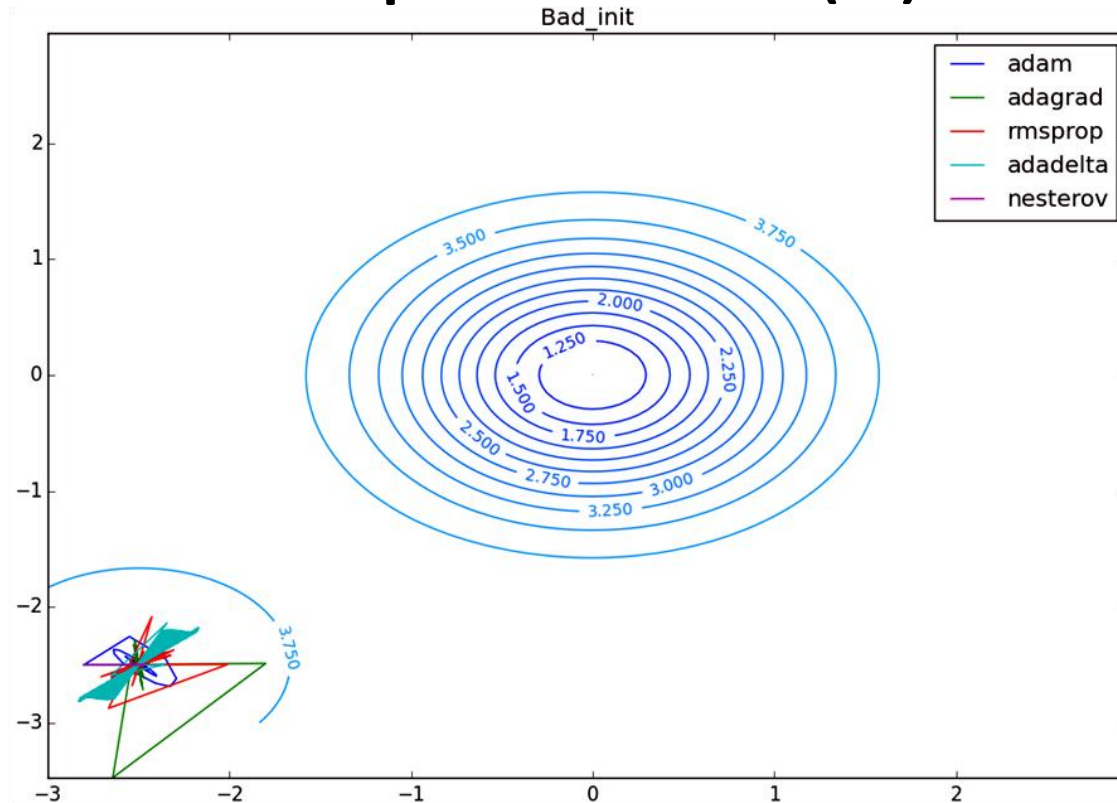


# Обзор алгоритмов обучения. Эксперименты (3).



# Обзор алгоритмов обучения.

## Эксперименты (4).





# Алгоритм обучения AdaBelief.

□ AdaBelief : Adapting Stepsizes by the Belief in Observed Gradients (2020)

- Высокая скорость сходимости;
- Хорошая обобщающая способность

---

## Algorithm 1: Adam Optimizer

---

**Initialize**  $\theta_0, m_0 \leftarrow 0, v_0 \leftarrow 0, t \leftarrow 0$

**While**  $\theta_t$  not converged

$t \leftarrow t + 1$

$g_t \leftarrow \nabla_{\theta} f_t(\theta_{t-1})$

$m_t \leftarrow \beta_1 m_{t-1} + (1 - \beta_1) g_t$

$v_t \leftarrow \beta_2 v_{t-1} + (1 - \beta_2) g_t^2$

**Bias Correction**

$\hat{m}_t \leftarrow \frac{m_t}{1 - \beta_1^t}, \hat{v}_t \leftarrow \frac{v_t}{1 - \beta_2^t}$

**Update**

$\theta_t \leftarrow \Pi_{\mathcal{F}, \sqrt{\hat{v}_t}} \left( \theta_{t-1} - \frac{\alpha \hat{m}_t}{\sqrt{\hat{v}_t} + \epsilon} \right)$

---



---

## Algorithm 2: AdaBelief Optimizer

---

**Initialize**  $\theta_0, m_0 \leftarrow 0, s_0 \leftarrow 0, t \leftarrow 0$

**While**  $\theta_t$  not converged

$t \leftarrow t + 1$

$g_t \leftarrow \nabla_{\theta} f_t(\theta_{t-1})$

$m_t \leftarrow \beta_1 m_{t-1} + (1 - \beta_1) g_t$

$s_t \leftarrow \beta_2 s_{t-1} + (1 - \beta_2) (g_t - m_t)^2$

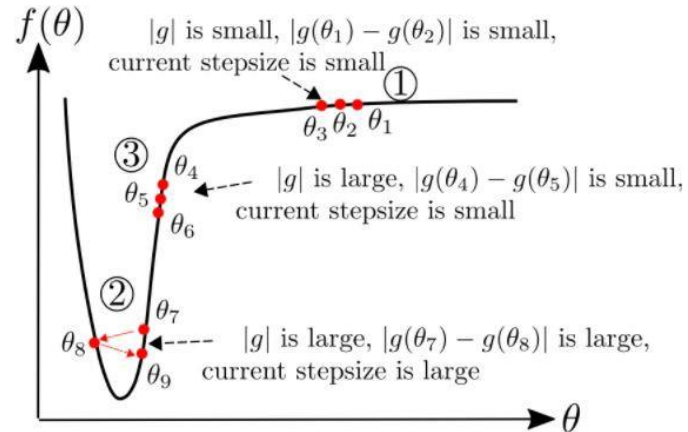
**Bias Correction**

$\hat{m}_t \leftarrow \frac{m_t}{1 - \beta_1^t}, \hat{s}_t \leftarrow \frac{s_t + \epsilon}{1 - \beta_2^t}$

**Update**

$\theta_t \leftarrow \Pi_{\mathcal{F}, \sqrt{\hat{s}_t}} \left( \theta_{t-1} - \frac{\alpha \hat{m}_t}{\sqrt{\hat{s}_t} + \epsilon} \right)$

---

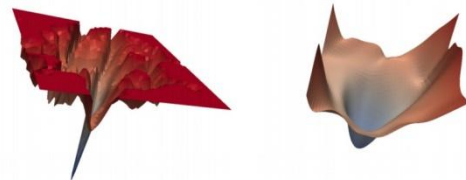


	Область 1	Область 2	Область 3
SGD/Момент	-	-	+
Adam	+	+	-
AdaBelief	+	+	+

# Алгоритм обучения SAM.

## □ SAM: Sharpness-aware Minimization (2020)

- Поиск минимума в окрестности с близкими значениями → повышение обобщающей способности



$$L_S(\mathbf{w}) \triangleq \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n l(\mathbf{w}, \mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i)$$

$$L_{\mathcal{D}}(\mathbf{w}) \triangleq \mathbb{E}_{(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \sim D} [l(\mathbf{w}, \mathbf{x}, \mathbf{y})]$$

$$L_{\mathcal{D}}(\mathbf{w}) \leq \max_{\|\epsilon\|_2 \leq \rho} L_S(\mathbf{w} + \epsilon) + h\left(\frac{\|\mathbf{w}\|_2^2}{\rho^2}\right)$$

$$L_S^{SAM}(\mathbf{w}) \triangleq \max_{\|\epsilon\|_p \leq \rho} L_S(\mathbf{w} + \epsilon)$$

$$\nabla_{\mathbf{w}} L_S^{SAM}(\mathbf{w}) \approx \nabla_{\mathbf{w}} L_S(\mathbf{w})|_{\mathbf{w} + \hat{\epsilon}(\mathbf{w})}$$

$$\hat{\epsilon}(\mathbf{w}) = \rho \operatorname{sign}(\nabla_{\mathbf{w}} L_S(\mathbf{w})) \frac{|\nabla_{\mathbf{w}} L_S(\mathbf{w})|^{q-1}}{\left(\|\nabla_{\mathbf{w}} L_S(\mathbf{w})\|_q^q\right)^{1/p}}$$

<https://arxiv.org/abs/2010.01412>

**Input:** Training set  $\mathcal{S} \triangleq \cup_{i=1}^n \{(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i)\}$ , Loss function  $l: \mathcal{W} \times \mathcal{X} \times \mathcal{Y} \rightarrow \mathbb{R}_+$ , Batch size  $b$ , Step size  $\eta > 0$ , Neighborhood size  $\rho > 0$ .

**Output:** Model trained with SAM

Initialize weights  $\mathbf{w}_0$ ,  $t = 0$ ;

**while not converged do**

    Sample batch  $\mathcal{B} = \{(\mathbf{x}_1, \mathbf{y}_1), \dots, (\mathbf{x}_b, \mathbf{y}_b)\}$ ;

    Compute gradient  $\nabla_{\mathbf{w}} L_{\mathcal{B}}(\mathbf{w})$  of the batch's training loss;

    Compute  $\hat{\epsilon}(\mathbf{w})$  per equation 2;

    Compute gradient approximation for the SAM objective (equation 3):  $\mathbf{g} = \nabla_{\mathbf{w}} L_{\mathcal{B}}(\mathbf{w})|_{\mathbf{w} + \hat{\epsilon}(\mathbf{w})}$ ;

    Update weights:  $\mathbf{w}_{t+1} = \mathbf{w}_t - \eta \mathbf{g}$ ;

$t = t + 1$ ;

**end**

**return**  $\mathbf{w}_t$

Algorithm 1: SAM algorithm

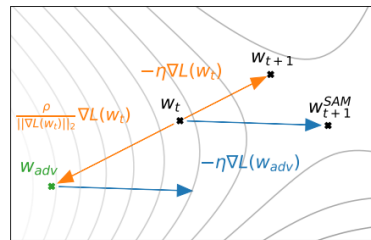


Figure 2: Schematic of the SAM parameter update.

- Применение стандартных оптимизаторов
- Специальная функция потерь
- Удвоенные вычислительные затраты



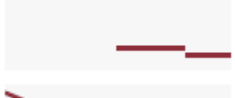





# Изменение скорости обучения

- ❑ Изменение скорости обучения повышает эффективность обучения НС.
- ❑ Существует множество схем изменения скорости обучения.
- ❑ Простейшие схемы:
  - Ступенчатое уменьшение
    - в  $k$  раз каждые  $n$  итераций обучения;
    - уменьшение коэффициента обучения, если ошибка на подтверждающей выборке перестала уменьшаться.






➤ Экспоненциальное  $\eta = \alpha_0 e^{-\beta t}$

➤ Гиперболическое  $\eta = \frac{\alpha_0}{1 + \beta t}$

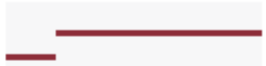
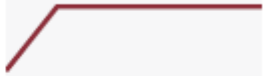
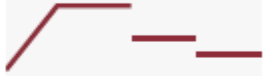




# Схемы изменения скорости обучения (1)

Name		Ref.	Illustration
Constant			
Step Decay	constant factor		
	multi-step		
Smooth Decay	linear decay	e.g. (Goodfellow et al., 2016)	
	polynomial decay		
	exponential decay		
	inverse time decay	e.g. (Bottou, 2012)	
	cosine decay	(Loshchilov & Hutter, 2017)	
linear cosine decay	(Bello et al., 2017)		

# Схемы изменения скорости обучения (2)

Name		Ref.	Illustration
Cyclical	triangular	(Smith, 2017)	
	triangular + decay	(Smith, 2017)	
	triangular + exponential decay	(Smith, 2017)	
	cosine + warm restarts	(Loshchilov & Hutter, 2017)	
	cosine + warm restarts + decay	(Loshchilov & Hutter, 2017)	

# Схемы изменения скорости обучения (3)

Name		Ref.	Illustration
Warmup	constant warmup	e.g. (He et al., 2016)	
	gradual warmup	(Goyal et al., 2017)	
	gradual warmup + multi-step decay	(Goyal et al., 2017)	
	gradual warmup + step number decay	(Vaswani et al., 2017)	
	slanted triangular	(Howard & Ruder, 2018)	
	long trapezoid	(Xing et al., 2018)	
Super-Convergence	Icycle	(Smith & Topin, 2017)	

# Сравнение оптимизаторов

- ❑ R.M. Schmidt, et al., 2021 (<https://arxiv.org/abs/2007.01547>)
- ❑ <15 оптимизаторов> x <8 задач> x <4 схемы изменения скорости обучения> x <4 вида настройки гиперпараметров>
- ❑ **Выводы:**
  - Не существует «лучшего» оптимизатора, эффективность зависит от задачи.
  - Есть пул наиболее стабильных оптимизаторов: Adam, NAG, RMSProp, ... .
  - Проверка разных оптимизаторов (с настройками по-умолчанию)  $\approx$  настройка гиперпараметров для одного оптимизатора.
  - Эффективность схемы изменения скорости обучения зависит от задачи.
  - Направление будущих исследований: разработка методов эффективных для конкретных типов задач, автоматическая оптимизация внутренних параметров, новые типы алгоритмов.

# Вопросы

- Основные проблемы обучения НС
- Отличие обучения с моментом от момента Нестерова?
- Основные компоненты алгоритма Adam